

Apellido y nombres:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Nota

Todos los razonamientos y desarrollos deben estar **debidamente justificados**. Se aprueba con 5 ítems **bien**.

1) En  $\mathbb{R}^3$  se tiene el cuadrilátero ABCD con  $B = A + \vec{v}$ ,  $C = A + \frac{3}{5}\vec{v} + \frac{3}{5}\vec{w}$  y  $D = A + \vec{w}$  siendo  $\vec{v}$

y  $\vec{w}$  vectores no nulos que cumplen con  $\|\vec{v}\| = \|\vec{w}\|$ .

**Demuestre** que ABCD es un romboide.

2) ¿Qué punto de la recta  $r: (x, y, z) = \beta \cdot (3, -1, 2) + (0, -2, 0)$  está más cerca de  $Q = (-1, -7, 6)$ ?

3) Obtenga todos los vectores  $\vec{w}$  de  $\mathbb{R}^3$  tales que  $\|\vec{w}\| = 6$  y es perpendicular simultáneamente a los vectores  $\vec{u} = (1, 4, 3)$  y  $\vec{v} = (0, 2, 1)$ .

4) Determinar todos los  $P \in \mathbb{R}^3 / d(\Pi_1; P) = d(\Pi_2; P)$  con los planos  $\Pi_1: -x + 2y = 4$  y  $\Pi_2: y + 2z = -1$ . Interprete geoméricamente.

5) Clasifique al sistema

$$S: \begin{cases} 3x + (6 + 2k) \cdot y = 6 \\ (k - 2) \cdot x - k \cdot y = 3k \end{cases}$$

para los diferentes valores reales de  $k$ .

6) Si  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$  cumple con que  $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$  y

$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ , calcular  $C = [\frac{3}{4}A \cdot B]^{-1}$ .

7) A la recta  $r: (x, y) = \beta \cdot (2, -1) + (-1, 3)$  se le aplica sucesivamente una traslación de vector  $\vec{v} = (-2, -1)$ , y una transformación  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 / f(x, y) = (2x + y; -3x + y)$ .

Por medio de **coordenadas homogéneas** determine qué punto  $P$  de la recta cumple con la

condición que su transformado  $P'$  tiene sus dos coordenadas iguales. Indicar  $P'$ .

8) Se tiene en  $\mathbb{R}^3$  las bases  $B = \{(1, 2, 0); (-1, 0, 1); (0, 1, 1)\}$  y  $B' = \{(b, 1, -1); (2, c, -1); (0, 3, -3)\}$ . Determine  $a, b$  y  $c$  sabiendo que para cierto vector  $\vec{v}$  se satisface que  $(\vec{v})_B = (2, -3, a)$  y  $(\vec{v})_{B'} = (1, -1, 0)$ .

Para los valores obtenidos compruebe que  $B'$  es base de  $\mathbb{R}^3$ .

9) Sean los subespacios:

$$S = \text{gen}\{(1, 1, 0, 1); (0, 1, 2, 0)\}$$

$$T = \text{gen}\{(-1, 0, 1, 0); (0, 1, 0, 2); (-3, 4, 3, 8)\},$$

encuentre las ecuaciones que determinan a  $T$  y luego bases de  $S \cap T$  y  $S + T$ .

10) Sea  $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  la transformación lineal cuya

$$\text{matriz es } M(f) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & -5 \end{pmatrix}.$$

a) Obtenga la expresión de  $f$  y demuestre que efectivamente es una transformación lineal.

b) Determine bases del núcleo y de la imagen de  $f$ . Clasifíquela.