

Apellido y nombres:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Nota

.....

Todos los razonamientos y desarrollos deben estar **debidamente justificados**. Se aprueba con 5 ítems **bien**.

1) En \mathbb{R}^3 se tiene el cuadrilátero ABCD con $B = A + \vec{v}$, $C = A + \frac{3}{5}\vec{v} + \frac{3}{5}\vec{w}$ y $D = A + \vec{w}$ siendo \vec{v} y \vec{w} vectores no nulos que cumplen con $\|\vec{v}\| = \|\vec{w}\|$.

Demuestre que ABCD es un romboide.

2) ¿Qué punto de la recta $r: (x, y, z) = \beta \cdot (3, -1, 2) + (0, -2, 0)$ está más cerca de $Q = (-1, -7, 6)$?

3) Obtenga todos los vectores \vec{w} de \mathbb{R}^3 tales que $\|\vec{w}\| = 6$ y es perpendicular simultáneamente a los vectores $\vec{u} = (1, 4, 3)$ y $\vec{v} = (0, 2, 1)$.

4) Determinar todos los $P \in \mathbb{R}^3 / d(\Pi_1; P) = d(\Pi_2; P)$ con los planos $\Pi_1: -x + 2y = 4$ y $\Pi_2: y + 2z = -1$. Interprete geoméricamente.

5) Clasifique al sistema

$$S: \begin{cases} 3x + (6 + 2k) \cdot y = 6 \\ (k - 2) \cdot x - k \cdot y = 3k \end{cases}$$

para los diferentes valores reales de k .

6) Si $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ cumple con que $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, calcular $C = [\frac{3}{4}A \cdot B]^{-1}$.

7) A la recta $r: (x, y) = \beta \cdot (2, -1) + (-1, 3)$ se le aplica sucesivamente una traslación de vector $\vec{v} = (-2, -1)$, y una transformación $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 / f(x, y) = (2x+y; -3x+y)$.

Por medio de *coordenadas homogéneas* determine qué punto P de la recta cumple con la

condición que su transformado P' tiene sus dos coordenadas iguales. Indicar P' .

8) Se tiene en \mathbb{R}^3 las bases $B = \{(1, 2, 0); (-1, 0, 1); (0, 1, 1)\}$ y $B' = \{(b, 1, -1); (2, c, -1); (0, 3, -3)\}$. Determine a, b y c sabiendo que para cierto vector \vec{v} se satisface que $(\vec{v})_B = (2, -3, a)$ y $(\vec{v})_{B'} = (1, -1, 0)$.

Para los valores obtenidos compruebe que B' es base de \mathbb{R}^3 .

9) Sean los subespacios:

$$S = \text{gen}\{(1, 1, 0, 1); (0, 1, 2, 0)\}$$

$$T = \text{gen}\{(-1, 0, 1, 0); (0, 1, 0, 2); (-3, 4, 3, 8)\},$$

encuentre las ecuaciones que determinan a T y luego bases de $S \cap T$ y $S + T$.

10) Sea $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la transformación lineal cuya matriz es $M(f) = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & -5 \end{pmatrix}$.

a) Obtenga la expresión de f y demuestre que efectivamente es una transformación lineal.

b) Determine bases del núcleo y de la imagen de f . Clasifíquela.