0094 - Ñ

2º PARCIAL DE CÁLCULO I – ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Fecha..............Aula.............. Curso...... Turno:.......................... Tema 18

1	2		3		4	
	2 a	2 b	3 a	3 b	4a	4 b
Nota:						

Nombre y Apellido..DNI.........................

En cada ejercicio escribe todos los razonamientos que justifican la respuesta

1.- Dada la función $f(x) = x^3 - 4x$ determina:

1) Los puntos críticos,
2) máximos y/o mínimos si existen,
3) intervalos de crecimiento y decrecimiento,
4) puntos de inflexión,
5) intervalos de concavidad
6) un esbozo del gráfico.

2.- a-1) Halla la Serie de Taylor, centrada en $x = 1$, de la función $f(x) = \ln(x)$

a-2) Calcular ln(2) en forma aproximada, tomando los cinco primeros términos de la serie y acotar el error cometido en dicho cálculo

b) Calcula Δy ; dy para $y = \sqrt[3]{x}$ *si* $a)\ x_0 = 8,\ \Delta x = 0{,}1$; $b)\ x_0 = 64,\ \Delta x = 0{,}1$

3.- a-1) Escribe la definición de la integral definida de una función continua desde a hasta b.

a-2) Si $f(x) \geq 0$ ¿Cuál es la interpretación geométrica de la suma de Riemann? Ilustra la respuesta con un diagrama.

a-3) Si $f(x)$ toma tanto valores positivos como negativos, ¿Cuál es la interpretación geométrica de la suma de Riemann? Ilustra la respuesta con un diagrama.

b) Construye la gráfica y calcula el área de la región limitada por la curva $y^3 = x$, $y =$ 1;

$x = 8$

4.- a) Responde con Verdadero o Falso. Justifica tu respuesta: $\int_0^4 \frac{x}{x^2-1}dx = \frac{1}{2}\ln 15$

b) Halla el volumen del sólido de revolución engendrado cuando la curva indicada rota alrededor del eje x. $y = 2x/3$ [2;5]

(Lunes)

Fecha.............. **Curso.......** **Aula.........** **Turno........** **Tema 1**

1		2	3		4	
1a	1b		3a	3b	4a	4b
Nota:						

2º PARCIAL DE CÁLCULO I - ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Nombre y Apellido:..**DNI**...

1.- a-1) Enuncia e interpreta geométricamente el Teorema del Valor Medio de Lagrange.

a-2) Indica si la siguiente función satisface las hipótesis del teorema enunciado en el intervalo indicado. En caso afirmativo determina el valor de c correspondiente.

$$f(x) = \sqrt{x(1-x)} \quad \text{en } [0;\ 1]$$

b) ¿Qué es un punto de inflexión? Ejemplifica. ¿Qué significado físico pueden tener los puntos de inflexión?

2.- Sea f la función definida para $x \neq -2$ por $f(x) = \dfrac{x^2}{x+2}$

i) Determina las asíntotas a la gráfica de f.
ii) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
iii) Determina los extremos locales de f.
iv) Grafica f.

3.- a) ¿Qué se puede decir acerca de la gráfica de una función $g(x)$ si se sabe que $g(0) = 0$ y $g'(0) = 0$?

b) Determina si la integral $\int_0^\infty x^2 e^{5-2x}\,dx$ es o no convergente

4.- a-1) Halla la Serie de Taylor, centrada en $x = 1$, de la función $f(x) = \ln(x)$

a-2) Calcular ln(2) en forma aproximada, tomando los cinco primeros términos de la serie y acotar el error cometido en dicho cálculo.

b) Dada la función $y = \dfrac{x}{(x+1)(x-4)}$ Determina el área del recinto limitado por la curva y el eje de abscisas entre $x = -\frac{1}{2}$ y $x = 1$. Haz un grafico aproximado

Fecha............... Curso....... Aula......... Turno........ Tema 4

1		2	3		4	
1a	1b		3a	3b	4a	4b
Nota:						

2º PARCIAL DE CÁLCULO I - ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Nombre y Apellido:...DNI.......................................

1.- a) Demuestra que $g(t) = sen^2 t - 3t$ decrece en todo su dominio.

b) Calcula la siguiente integral indefinida: $\int e^{ax} \cos(bx)\, dx$

2.- Dada la curva $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 2}$ se pide:

i) Dominio y asíntotas
ii) Simetrías e intersecciones con los ejes.
iii) Intervalos de crecimiento y decrecimiento
iv) Máximos y mínimos, si los hay.
v) Realiza un esbozo de la gráfica de f.

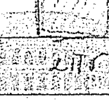
3.- a) Calcula, usando integración, el volumen ~~y~~ o la superficie de una esfera de radio R.

b) Encuentra un valor aproximado para $\sqrt{e}$ utilizando un polinomio de grado 3, y estima el error.

4.- a-1) Enuncia e interpreta geométricamente el Teorema del Valor Medio del Cálculo Integral.

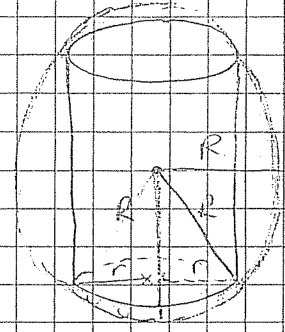
a-2) Calcula el valor medio de la función $y = 9 - x^2$ en el intervalo [0; 3]. Determina también el valor de x en el que se presenta el valor medio. Grafica.

b) Determina la curva que pasa por el punto $(4\pi^2, 1)$ y cuya pendiente, en cada punto (x,y) tal que $x>0$, es $\dfrac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$.

Perímetro = área lateral  h P = perímetro = de

$2\pi r = \frac{P}{2} - \frac{2h}{2} = \frac{P}{2} - h$

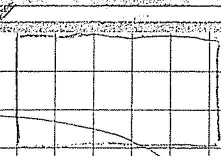
27 b)



$A(h) = h\cdot\left(\frac{P}{2} - h\right)$

$A(h) = -h^2 + \frac{P}{2}h$

$V_c = \pi\cdot r^2\cdot h$

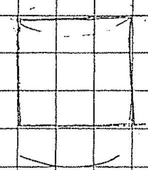


$A'(h) = -2h + \frac{P}{2}$

P/que sea de mayor área lateral debe ser cuadrado

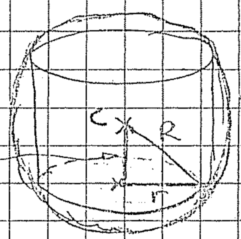
$-2h + \frac{P}{2} = 0$

$h = \frac{P}{4}$ cuadrado



$h = \pi\cdot 2r$

long de la O $= 2\pi r$



$h = 2\pi\cdot r$

$\frac{h}{2}$

$\frac{2\pi r}{2}$, R, r

$R^2 = r^2 + \pi^2 r^2$

$R^2 = r^2(\pi^2 + 1)$

$r = \sqrt{\frac{R^2}{\pi^2+1}}$

$A(h) = 2\pi r\, h$

$A(r) =$

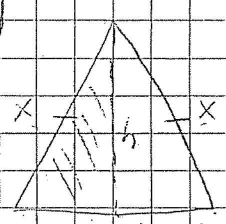
$$V_c = \overbrace{\pi\cdot\frac{R^2}{\pi^2+1}}^{\text{sup base}}\cdot\overbrace{2\pi\cdot\sqrt{\frac{R^2}{\pi^2+1}}}^{h}$$

$\frac{\pi R^3}{\sqrt{2}}$

$$V_c = 2\pi^2\cdot\frac{R^2}{\pi^2+1}\cdot\sqrt{\frac{R^2}{\pi^2+1}} = \frac{2\pi^2\cdot R^3}{\sqrt{(\pi^2+1)^2(\pi^2+1)}}$$

$$2\pi^2\frac{R^2}{\pi^2+1}\cdot\frac{\sqrt{R^2}}{\sqrt{\pi^2+1}}\cdot\frac{\sqrt{\pi^2+1}}{\sqrt{\pi^2+1}} = \frac{2\pi^2\cdot\sqrt{\pi^2+1}}{(\pi^2+1)^2}\cdot R^3$$

27c)



x, h, x, P

$P - 2x$, $\frac{P-2x}{2}$

$$A = \frac{(P-2x)\cdot h}{2}$$

$$A = \frac{1}{2}(P-2x)\cdot\sqrt{x^2 - \left(\frac{P-2x}{2}\right)^2}$$

$\frac{(P-2x)^2}{4}$

$$x^2 = h^2 + \left(\frac{P-2x}{2}\right)^2$$

$$A'(x) = \frac{1}{2}\cdot\left[-2\cdot\sqrt{x^2-\left(\frac{P-2x}{2}\right)^2} + (P-2x)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x^2-\left(\frac{P-2x}{2}\right)^2}}\cdot\left(2x - \frac{1}{4}\cdot 2(P-2x)\cdot(-2)\right)\right]$$

$2x + P - 2x$

$$A'(x) = -\sqrt{x^2-\left(\frac{P-2x}{2}\right)^2} + \frac{1}{4}\,\frac{P(P-2x)}{\sqrt{x^2-\left(\frac{P-2x}{2}\right)^2}} = \frac{-4\cdot\left(x^2-\left(\frac{P-2x}{2}\right)^2\right) + P^2 - 2xP}{4\sqrt{x^2-\left(\frac{P-2x}{2}\right)^2}}$$

$$A'(x) = \frac{-4x^2 + P^2 - 4Px + 4x^2 + P^2 - 2xP}{4 \cdot \sqrt{x^2 - \frac{P^2 - 4x + x^2}{4}}} = \frac{2P^2 - 6xP}{\frac{4}{2}\sqrt{4x^2 - P^2 + 4x + x^2}}$$

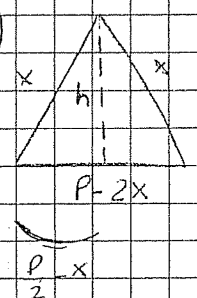
$$A'(x) = 0 \qquad 2P \cdot (P - 3x) = 0$$

$$P - 3x = 0$$

$$x = \frac{-P}{-3} \qquad \boxed{x = \frac{P}{3}}$$

Otra forma

27c)



P

$$A(x) = \frac{(P-2x) \cdot h}{2} \qquad x^2 = h^2 + \left(\frac{P}{2} - x\right)^2$$

$$A(x) = \frac{1}{4}(P-2x) \cdot \sqrt{-P^2 + 4xP} \qquad x^2 - \left(\frac{P}{2} - x\right)^2 = h^2$$

$$\cancel{x^2} - \frac{P^2}{4} + Px - \cancel{x^2} = h^2$$

$$A'(x) = \frac{1}{4}(-2) \cdot \sqrt{-P^2 + 4xP} + \frac{1}{4}(P - 2x) \cdot \frac{4P}{2\sqrt{-P^2 + 4xP}} \qquad \sqrt{P \cdot \left(x - \frac{P}{4}\right)} = h$$

$$A'(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{-P^2 + 4xP} + \frac{P \cdot (P - 2x)}{2\sqrt{-P^2 + 4xP}} \qquad \frac{\sqrt{P \cdot (4x - P)}}{2} = h$$

$$\frac{\sqrt{-P^2 + 4xP}}{2} = h$$

$$A'(x) = \frac{-(-P^2 + 4xP) + P^2 - 2xP}{2\sqrt{-P^2 + 4xP}}$$

$$A'(x) = \frac{P^2 - 4xP + P^2 - 2xP}{2\sqrt{-P^2 + 4xP}}$$

$$A'(x) = 0 \Rightarrow 2P^2 - 6xP = 0$$

$$x = \frac{-2P^2}{-6P}$$

$$x = \frac{P}{3}$$