Prof. López

249-B

(10)

Universidad Nacional de La Matanza. Departamento de Ingeniería.

Rec. primer parcial. Análisis Matemático II y Cálculo II Tema A 16/03/06

Elija 4 de los 5 ejercicios. Cada ejercicio vale 2,5 puntos.

1) Dada la ecuación $x\,sen\,z + y\cos x + z\,sen\,y = 0$ determinar que en un entorno del punto $P = (\pi, 0, \pi)$ existe una relación funcional $z = f_{(x,y)}$ diferenciable, calcular la derivada direccional de f en $(\pi, 0)$ con dirección $\overrightarrow{v} = (1, 2)$, hallar el plano tangente y la recta normal a la gráfica de f en $P = (\pi, 0, \pi)$.

2) Dada la superficie S por la ecuación $x^2 - y^2 = z$, determinar en cuales puntos es perpendicular al vector $\overrightarrow{v} = (a, b, c)$ con a, b y c no nulos y para tales puntos hallar la ecuación del plano tangente y la recta normal.

3) Clasificar los puntos críticos de la función $f_{(x,y)} = x^2y + 2x^2 - 2xy - 4x - 1$.

4) a) Resolver $(2 + x^2)\,y' - 3x\,y = x$ para $y_{(0)} = 0$.

b) Resolver $y" + y' + 2y = 0$ para $y_{(0)} = 1$ e $y'_{(0)} = 0$.

5) Hallar los extremos de la función $f_{(x,y)} = x^2 + y^2$ para los puntos del dominio que satisfacen la ecuación $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$.

Apellido y nombres:..

D. N. I.: .... Carrera: ....

e-mail: ....

Primer parcial, Cálculo II, Análisis Matemático II Tema 1 8/07/08

1. Dada la ecuación $\ln(x+y-z)+y\cos(\pi x)+e^{y-z}=0$ se pide: (i) ¿es posible asegurar la existencia de una relación funcional $z=f_{(x,y)}$ diferenciable en un entorno de $P=(1,1,1)$?; (ii) Calcular la derivada direccional de f en $(1,1)$ con dirección $\vec{v}=(-1,-2)$. Hallar el plano tangente y la recta normal a la gráfica de f en P.

2. Clasificar los puntos críticos de la función en máximo, mínimo o punto de ensilladura $f_{(x,y)}=x^3+y^3+3x^2-3y^2-7$.

3. Hallar los extremos de $f_{(x,y)}=x\,y$ sujetos a la restricción $g_{(x,y)}=x^2+y^2-10=0$.

4. Dado el vector $\overrightarrow{N}=(1,2,3)$, hallar los puntos de la superficie $S:\ x^2+y^2-z^2=1$, en donde dicho vector es normal. Luego encuentre en dichos puntos la ecuación del plano tangente a la superficie dada y la ecuación de la recta normal.

5. Estudiar la continuidad de $f_{(x,y)}$ en el origen. Si no es continua considerar la posibilidad de redefinirla en $(0,0)$ para que lo sea.

$$f_{(x,y)}=\begin{cases} y\ sen\dfrac{x+y}{y} & si\ \ y\neq 0 \\ 1 & si\ \ (x,y)=(0,0) \end{cases}.$$

Primer parcial Cálculo II. Tema 2 14/07/04

1) a) Dada $f_{(x,y)} = \dfrac{x^2 + y^3}{xy}$; (i) Determinar y graficar su dominio; (ii) Hallar la curva de nivel para $f_{(x,y)} = 0$; (iii) ¿Existe $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f_{(x,y)}$? Justificar la respuesta.

b) Ídem (a), pero con $f_{(x,y)} = \dfrac{2x^3y^2}{x^6 + 3y^4}$

2) Verificar si la función dada es diferenciable en (0,0),

$$f_{(x,y)} = \begin{cases} \dfrac{5xy}{\sqrt{2x^2 + 2y^2}} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

3) a) Hallar el plano tangente y la recta normal a la gráfica de la función $f_{(x,y)} = arctg\left(4x^2 + 4y^2\right)$ en el punto P=(2,3).

b) Calcular en forma aproximada $\sqrt[3]{4{,}9^2 + 2{,}1}$.

4) Determinar la derivada direccional de la función $z = f_{(x,y)}$ definida implícitamente por la ecuación: $x\ sen(\pi y + z) + z\ \ln(x + y) = 0$, en el punto P=(1,1,0) y en la dirección $\bar{v} = (2,1)$.

5) Dada la superficie definida por $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$, hallar los puntos de ella en que es perpendicular a $\vec{N} = (-1,2,1)$.

6) Hallar máximos, mínimos, puntos de ensilladura de: $f_{(x,y)} = 2x^3 - y^3 - 6x + 3y + 2$.

Nota: Para obtener calificación 10 (diez) alcanza con tener 5/6 ejercicios completos correctos.

Primer parcial, Cálculo II, Análisis Matemático II Tema 1 19/07/07

1. Dada la ecuación $-2x+x\ \ln y+y\ \ln z-x\ \ln z+2z^2=0$ se pide: (i) ¿es posible asegurar la existencia de una relación funcional $z=f_{(x,y)}$ diferenciable en un entorno de $P=(1,1,1)$?; (ii) Calcular la derivada direccional de f en $(1,1)$ con dirección $\bar{v}=(-1,3)$. Hallar el plano tangente y la recta normal a la gráfica de f en P.

2. Clasificar los puntos críticos de la función $f_{(x,y)}=x^2+y^2+xy-\ln(x^2y)+7$.

3. Resolver a) $(x+1)y'+(x-1)y=x^3+x^2-x-1$ con $y_{(0)}=1$.

4. Hallar los puntos más cercanos y más lejanos al origen de coordenadas de la curva $x^2+xy+y^2=1$.

5. Comprobar que la función $f_{(x,y)}$ presenta una discontinuidad evitable en el origen. Luego redefinirla en $(0,0)$ para que sea continua y calcularle las derivadas parciales en dicho punto.

$$f_{(x,y)}=\begin{cases}\dfrac{-4x^2y^4}{x^2+y^2} & si\ \ (x,y)\neq(0,0)\\ -1 & si\ \ (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

MODELOS DE EXAMEN

Universidad Nacional de La Matanza. Departamento de Ingeniería.

Segundo parcial. Análisis Matemático II y Cálculo II   Tema A   13/03/06

Elija 4 de los 5 ejercicios. Cada ejercicio vale 2,5 puntos.

1) Calcular el volumen del sólido limitado por las superficies: $x^2+y^2=4$, $x^2+y^2+2z=16$ y $z=0$.

2) Calcular la integral de línea para el campo $F_{(x,y)}=(2x+y^2e^{xy}, e^{xy}(1+xy)-y)$ sobre la curva $y=\cos x$ desde $(\pi/2,0)$ hasta $(0,1)$.

3) Verificar el teorema de Green para $F_{(x,y)}=(2x-3y, 3x-2y)$ en el recinto delimitado por las curvas $y=2x^2$ y $y=1+x^2$.

4) Calcular el área en el primer octante para la superficie cilíndrica $x^2+z^2=1$ con $x^2+y^2\leq 1$.

5) Calcular el flujo saliente para $F_{(x,y,z)}=(x,y,z)$ y la pirámide del primer octante formada por los planos coordenados y el plano $x+2y+3z=6$.

Apellido y nombres:..

D. N. I.: ....   Carrera: ....

e-mail: ....

Segundo parcial. Análisis Matemático II y Cálculo II — Miércoles 16/11/05

Elija 5 de los 6 ejercicios. Cada ejercicio vale 2 puntos.

1. Hallar el volumen del sólido delimitado por el paraboloide $z = 1 + x^2 + y^2$ y el cono $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$ para puntos del plano entre las circunferencias $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + y^2 = 4$.

2. Resolver $\iint_R (x + y + 1)^5 (y - 2x - 1)^7 \, dx\, dy$, siendo R el paralelogramo de vértices $(-1,0)$, $(0,2)$, $(1,1)$, $(0,-1)$.

3. Calcular la integral de línea para el campo vectorial $F_{(x,y)} = (x + sen(x + y), y + sen(x + y))$ sobre la curva $y = x^2$ desde $(-2,4)$ hasta $(1,1)$.

4. Dado el campo $F_{(x,y,z)} = \left(x^3, y^3, z^3\right)$. Evaluar la integral de superficie de F sobre la esfera unitaria centrada en el origen con vector normal apuntando hacia el centro.

5. Verificar el teorema de Green para el campo $F_{(x,y)} = (3y, -2x)$ en el recinto delimitado por $x^2 + y^2 \geq 1$ y $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} \leq 1$.

6. Dado el campo $F_{(x,y,z)} = (x^2 + y,\ y^2 + z,\ z^2 + x)$, evaluar $\iint_S rot(F) \cdot \overrightarrow{dS}$, para S la media esfera de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ con $z \geq 0$ y el vector normal apuntando hacia su centro.

Apellido y nombre:..

D. N. I.: .... Carrera:..

e-mail:..

Universidad Nacional de La Matanza. Departamento de Ingeniería.

Rec. segundo parcial. Análisis Matemático II y Cálculo II Tema A 16/03/06

Elija 4 de los 5 ejercicios. Cada ejercicio vale 2,5 puntos.

1) Calcular el volumen del sólido limitado por: $-\sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq \sqrt{3x^2+3y^2}$ e interior a la esfera $x^2+y^2+z^2=4$.

2) Verificar el teorema del rotor para el campo $F_{(x,y,z)} = (-y^3, x^3, -z^3)$ sobre el plano $x+y+z=1$ limitado por el cilindro $x^2+y^2=1$.

3) Verificar el teorema de Green para $F_{(x,y)} = (2x-3y, 3x-2y)$ sobre el recinto del plano que satisface $|x|+|y| \leq 1$.

4) Dado el campo $F_{(x,y)} = (y-x, z-y, x-z)$, calcular el trabajo que realiza sobre una partícula que se mueve por la curva $y=x^2$ para $z=1$, desde $(-1,1,1)$ hasta $(1,1,1)$.

5) Calcular el flujo saliente para $F_{(x,y,z)} = (2x, 3y, -z)$ sobre el cuerpo formado por el paraboloide $x^2+y^2=z$ y los planos $z=1$ y $z=4$.

Apellido y nombres:...

D. N. I.: .... Carrera: ....

e-mail: ....

Universidad Nacional de La Matanza. Departamento de Ingeniería.

Rec. segundo parcial. Análisis Matemático II y Cálculo II Tema A 15/03/06

Elija 4 de los 5 ejercicios. Cada ejercicio vale 2,5 puntos.

1) Calcular el volumen del sólido limitado por: $x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 3x^2 + 3y^2$ e interior a la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, para $z \geq 0$.

2) Verificar el teorema del rotor para el campo $F_{(x,y,z)} = (-y^3, x^3, -z^3)$ sobre el plano $x + y + z = 1$ limitado por el cilindro $x^2 + y^2 = 1$.

3) Verificar el teorema de Green para $F_{(x,y)} = (2x - 3y, 3x - 2y)$ en el recinto delimitado por las curvas $y = -x^2$ e $y = 1 - 2x^2$.

4) Calcular la integral doble de $f_{(x,y)} = (y^2 - x^2)^2$ para el recinto $|x| + |y| \leq 1$.

5) Calcular el flujo saliente para $F_{(x,y,z)} = (x, y, z)$ sobre el paraboloide $x^2 + y^2 = z$ para $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$.

Apellido y nombres:...

D. N. I.: .... Carrera: ....

e-mail: ....

Segundo parcial. Análisis Matemático II y Cálculo II Martes 15/11/05

Elija 5 de los 6 ejercicios. Cada ejercicio vale 2 puntos.

1. Hallar el volumen del sólido delimitado por los cilindros $x^2 + y^2 = 1$ y $x^2 + y^2 = 4$ con los planos $z + 1 = 0$ y $x + y + z = 4$.

2. Resolver $\iint_R (2x + y + 1)^3 (x - y + 2)^5 \, dx\, dy$, siendo R el paralelogramo de vértices $(-1,1)$, $(0,2)$, $(1,0)$, $(0,-1)$.

3. Calcular la integral de línea para el campo vectorial $F_{(x,y)} = (2xy + sen\, y, x^2 + \cos y)$ y la curva C que es medio arco de la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$ con $y \geq 0$ recorrida desde $(-2,0)$ hasta $(2,0)$.

4. Dado el campo $F_{(x,y,z)} = \left(x^3, y^3, z^3\right)$. Evaluar la integral de superficie de F sobre la esfera unitaria centrada en el origen.

5. Verificar el teorema de Green para el campo $F_{(x,y)} = \left(x^2 + y, 2x + y^2\right)$ en el recinto delimitado por $x^2 + y^2 \geq 1$ y $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$.

6. Dado el campo $F_{(x,y,z)} = (2xyz + sen\, x,\ x^2 z,\ x^2 y)$, evaluar $\iint_S F \circ \overline{dS}$, para S la superficie del plano $x + y + z = 1$ con $x^2 + y^2 \leq 1$.

Apellido y nombre:...

D. N. I.: .... Carrera:..

e-mail:..

Recuperatorio Segundo parcial, Análisis Matemático II — Jueves 2/11/04

1. Calcular la integral doble de la función $f_{(x,y)} = sen(2x+3y+1)\cos(3x-y+2)$ en el recinto formado por las rectas $r_1: 2x+3y+3=0$, $r_2: 2x+3y+5=0$, $r_3: 3x-y+1=0$ y $r_4: 3x-y+3=0$.

2. Calcular la integral $\iiint_R z\,dz\,dy\,dx$ para el recinto R dado por
$$R=\left\{(x,y,z)/-\sqrt{8-x^2-y^2}\le z\le -\sqrt{x^2+y^2},\ -\sqrt{4-x^2}\le y\le\sqrt{4-x^2},\ -2\le x\le 2\right\}.$$

3. Dado el campo $F_{(x,y,z)}=\left(\frac{-1}{x},\frac{1}{y},z\right)$ y la superficie $S:\ z=2-x-y$ para $(x,y)\in[1,2]\times[1,2]$. Calcular el flujo que atraviesa a la superficie dada indicando gráficamente el vector normal utilizado.

4. Calcular $\int_C ye^{xy}\,dx+\left(xe^{xy}+2y\right)dy$ Siendo C la trayectoria de la figura 1 desde A hasta B.

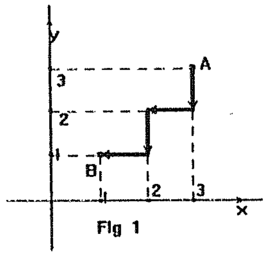


Fig 1

5. Verificar el teorema de Gauss para el campo $F_{(x,y,z)}=(y,z,xz)$ y el cuerpo delimitado por $x^2+y^2\le z\le 2-x^2-y^2$.

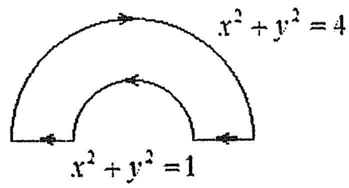
Recuperatorio Segundo parcial, Análisis Matemático II — Jueves 25/11/04

1. Calcular la integral doble de la función $f_{(x,y)}=sen(y-2x)\cos(2y-x)$ en el recinto formado por el paralelogramo de vértices $(0,0)$, $(2\pi,\pi)$, $(3\pi,3\pi)$, $(\pi,2\pi)$.

2. Calcular la integral $\iiint_R sen\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)dz\,dy\,dx$ para el recinto R dado por
$$R=\left\{(x,y,z)/x^2+y^2\le z\le 8-x^2-y^2,\ -\sqrt{4-x^2}\le y\le\sqrt{4-x^2},\ -2\le x\le 2\right\}.$$

3. Dado el campo $F_{(x,y,z)}=(2x,-y,\cos z)$, calcular el flujo que atraviesa la superficie del helicoide dado por $x=r\cos\theta$, $y=r\,sen\theta$, $z=\theta$ para $r\in[0,1]$ y $\theta\in[0,2\pi]$ en la dirección de la normal con componente z positiva (hacia arriba).

4. Calcular $\int_C y\,dx-x\,dy$ para la curva y sentido de la figura.



5. Verificar el teorema de Gauss para el campo $F_{(x,y,z)}=(y,z,xz)$ y el cuerpo delimitado por $x^2+y^2\le z\le 1$.