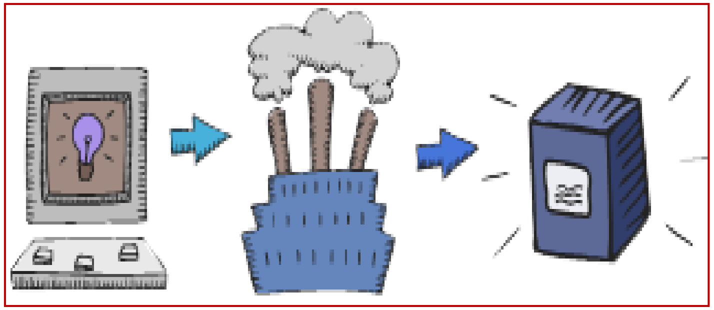
Tema 4: Producción y Costes

- Introducción
1. Producción en el corto plazo
    1. Productividad total, media y marginal
    2. Ley de rendimientos decrecientes
2. Producción en el largo plazo
    1. Rendimientos a escala
    2. Isocuantas y RMST
3. Funciones de costes
    1. Costes a corto plazo
    2. Costes a largo plazo: Recta isocoste
4. Equilibrio del productor
- Conceptos básicos



Referencias: Frank, 9-10; Pindyck, 6-7

Introducción.

- En este tema y los consecutivos vamos a estudiar la actividad del **productor** (= la **empresa**), es decir, el lado de la **oferta** del mercado visto en el Tema 1
  - Saber cómo los factores de producción se transforman en bienes y/o servicios (= **función de producción**)
  - y cómo se combinan para alcanzar el **equilibrio de productor**
  - Comprender la relación entre el coste de adquirir estos factores y los niveles de producto obtenido (= **función de costes**)

- Las **empresas** son agentes económicos dedicados a producir una serie de bienes y servicios en base a una serie de *inputs* intermedios y la utilización de los factores productivos (capital (K), trabajo (L), recursos naturales (RN), etc...) con el objetivo de **maximizar sus beneficios económicos**
  - La relación entre la producción y los factores de producción se muestra en la **función de producción**
- La **función de producción** será **diferente** en el corto y en el largo plazo en función de:
  - En el **corto plazo** se diferencian dos tipos de factores de producción: los **factores fijos** y variables. A corto plazo existen factores cuya cantidad no se puede modificar (Ejemplo: edificios y equipo) y **factores variables** que pueden ser contratados en mayor o menor medida (Ejemplo: Trabajo y materiales)
  - En el **largo plazo** todos los factores productivos son variables

1. Producción en el Corto Plazo.

- La **función de producción en el corto plazo** muestra, dada la tecnología y capital existentes, las cantidades (máximas) de producto ($X = Q_x$) que puede obtenerse con la utilización de la mano de obra (L)

$$\mathbf{Q_x = X = \mathit{f}\,(K_0, L) = \mathit{g}\,(L)}$$

- Si el **factor variable** es el trabajo, entonces todo aumento o disminución de la producción se explica exclusivamente por el factor variable. Y por eso, la producción se representa por la función del producto total del factor variable, que relaciona producción y empleo de trabajo

- El producto obtenido mediante la función de producción se conoce como **productividad total** de la empresa
- La producción de la unidad de trabajo se puede expresar como **productividad media**, la media de producción del total de factor trabajo, o desde la perspectiva **marginal**, la producción de la última unidad de trabajo empleada o de la siguiente

$$PMe_L = QMdL_x = \frac{Q_X}{Q_L} = \frac{X}{L} = \frac{q}{L} \qquad\qquad PMg_L = QMgL_x = \frac{dQ_x}{dL} = \frac{dX}{dL} = \frac{dq}{dL}$$

- Toda magnitud media y marginal mantienen la siguiente **relación**: **cuando la magnitud media crece la marginal es mayor y cuando la magnitud media decrece la marginal es menor**

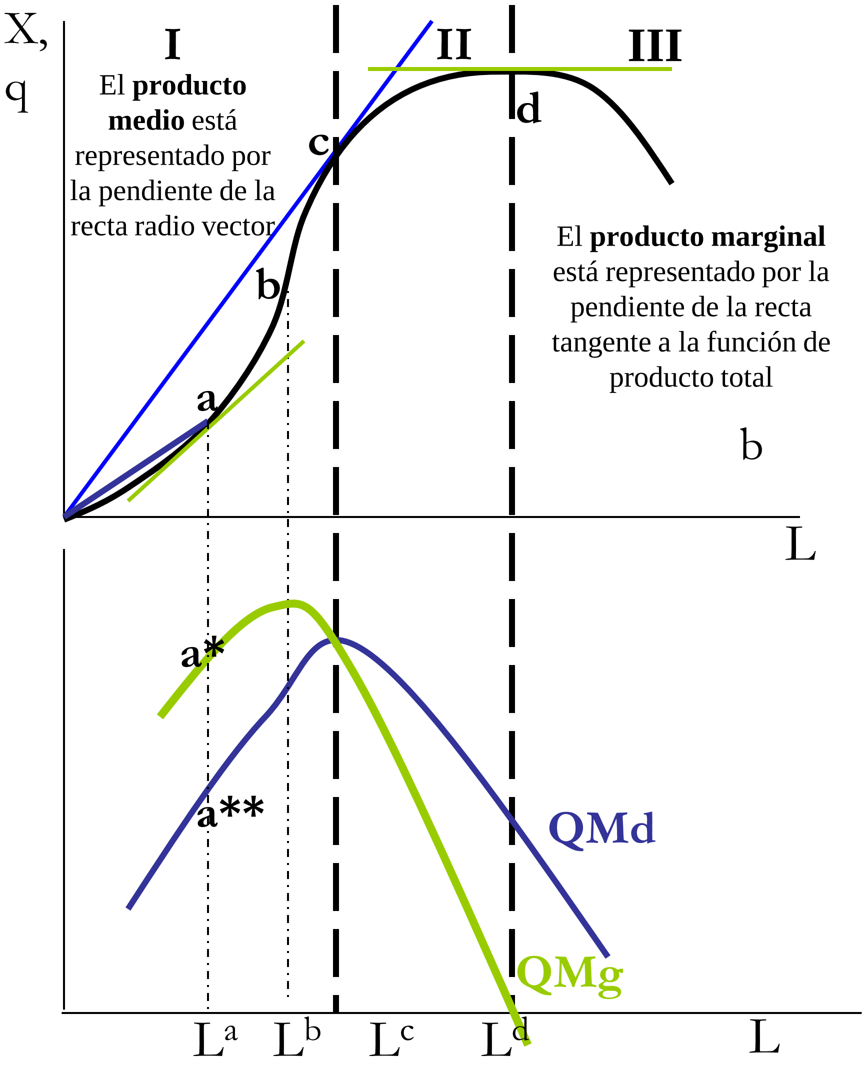
1. Producción en el Corto Plazo.

Un **ejemplo**: tabla de producción (Mochón, F. pág. 88)

Cuadro 5.1 - Producto total, marginal y medio del trabajo

Cantidad de trabajo (trabajadores a la semana) (*L*)	Producto total (litros de helado a la semana) (*PT*)	Producto marginal (litros de helado por trabajador) (*PML*)	Producto medio (litros de helado por trabajador) (*PMeL*)
0	0	0	0
1	55	55 − 0 = 55	55
2	142	142 − 55 = 87	71
3	250	250 − 142 = 108	83
4	381	381 − 250 = 131	95
5	500	500 − 381 = 119	100
6	580	580 − 500 = 80	97
7	653	653 − 580 = 73	93
8	695	695 − 653 = 42	87
9	720	720 − 695 = 25	80
10	720	720 − 720 = 0	72

1.1 Productividad Total, Media y Marginal.



- Los conceptos anteriores pueden expresarse gráficamente mediante **curvas de producción**
- La **curva de producto total** muestra la relación entre la cantidad de un factor variable (L) y la cantidad de producto obtenida ($X = q$)
- La **curva de producto marginal** muestra como el aumento en una unidad de un factor variable afecta al producto total obtenido
- La **curva de producto medio** muestra la cantidad de producto obtenida en promedio por las unidades de factor variable utilizadas hasta ese momento

Gráfica de la producción a corto plazo con tres etapas, a saber, (I) el QMd creciente, (II) el QMd es decreciente, y (III) el producto marginal del trabajo es negativo

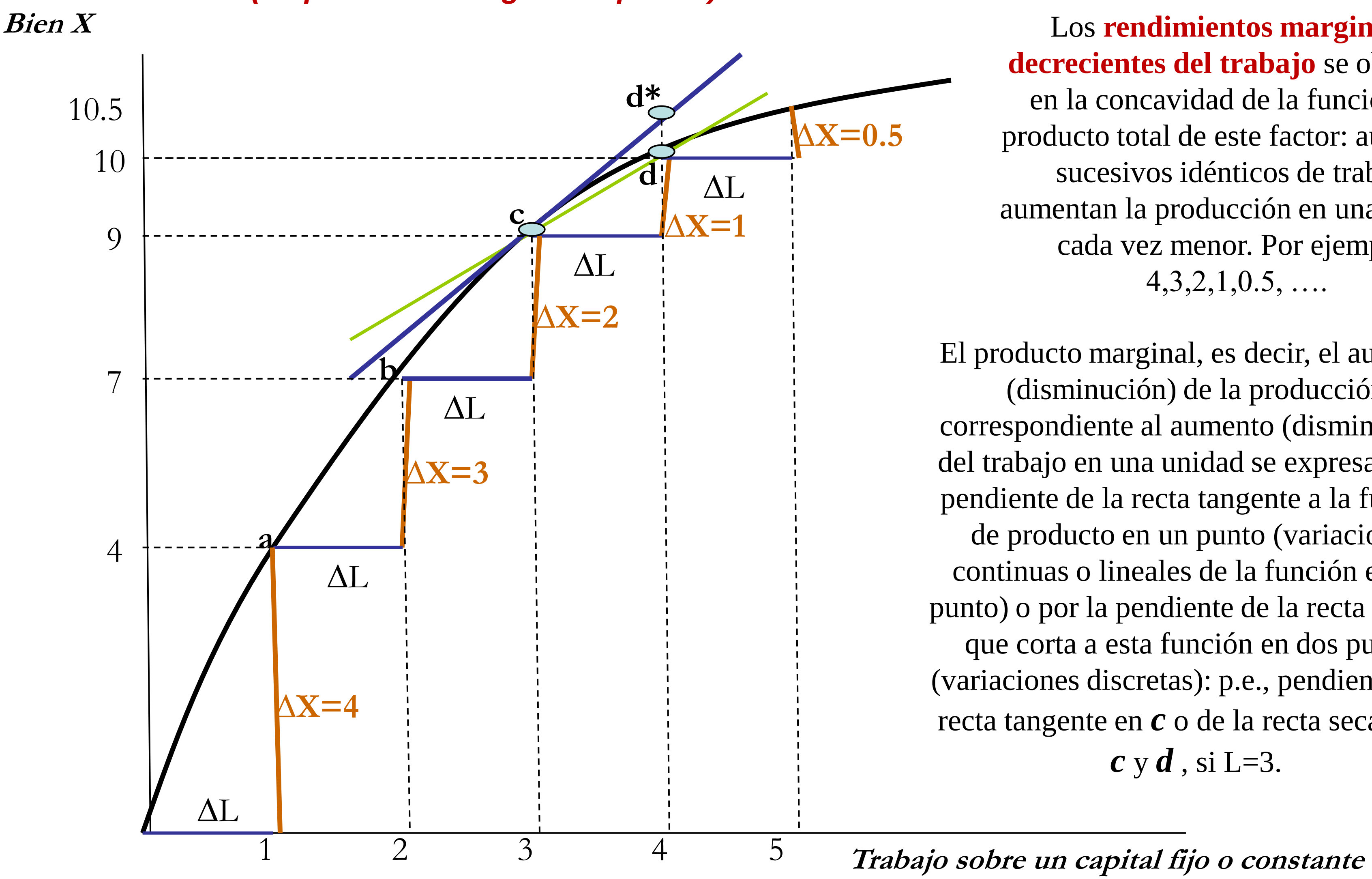
1.2. Ley de Rendimientos Decrecientes.

- La curva de producto total presenta un **punto de inflexión** donde pasa de aumentar a un ritmo creciente a otro decreciente
  - Este punto de inflexión coincide con el punto **máximo de la curva de producto medio**, donde el producto medio y el producto marginal son iguales
  - Se conoce como **óptimo técnico** de producción

- El ritmo decreciente del aumento del producto total se debe a la **ley de rendimientos decrecientes**
  - Dicha ley establece que si al aumentar el volumen de trabajo sobre un capital fijo, lo que sucede necesariamente al aumentar la producción total del bien X a corto plazo, cada unidad de trabajo que se añade disminuye la cantidad de capital por unidad de trabajo. La peor dotación en capital de cada unidad de trabajo empleada en la producción explica que la producción de cada unidad adicional (marginal) de trabajo vaya siendo cada vez menor; es decir, que a corto plazo el factor variable presente un **rendimiento marginal decreciente**

1.2. Ley de Rendimientos Decrecientes.

En el caso particular de que la función de producción sea cóncava (etapa II del caso general previo)…



Gráficamente:

Los **rendimientos marginales decrecientes del trabajo** se observan en la concavidad de la función del producto total de este factor: aumentos sucesivos idénticos de trabajo aumentan la producción en una cuantía cada vez menor. Por ejemplo: 4,3,2,1,0.5, ….

El producto marginal, es decir, el aumento (disminución) de la producción correspondiente al aumento (disminución) del trabajo en una unidad se expresa por la pendiente de la recta tangente a la función de producto en un punto (variaciones continuas o lineales de la función en ese punto) o por la pendiente de la recta secante que corta a esta función en dos puntos (variaciones discretas): p.e., pendiente de la recta tangente en ***c*** o de la recta secante en ***c*** y ***d*** , si L=3.

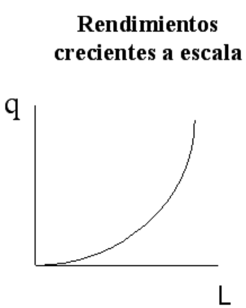
2. Producción en el Largo Plazo: Rendimientos a Escala.

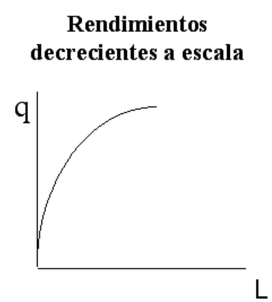
- **Largo plazo**, del inglés ***long run***, significa cuando haya transcurrido un intervalo de tiempo lo suficientemente largo como para eliminar las rigideces del presente, en este caso, para que el factor fijo, en nuestro caso el capital, pueda variar: aumentar o disminuir
  - Por tanto, en el largo plazo todos los factores son variables y, por consiguiente, las condiciones de la **función de producción** son diferentes y dependen tanto del capital como del trabajo:

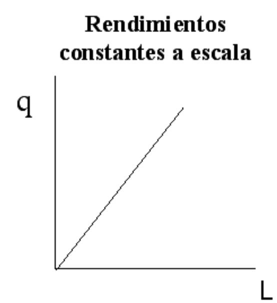
$$\mathbf{q = X = \boldsymbol{f}\,(L, K)}$$

- La **producción en el largo plazo** se mide en relación a los **rendimientos de escala** que reflejan la respuesta de la producción total cuando todos los factores se incrementan proporcionalmente (conjuntamente K y L)
  - La producción muestra rendimientos de escala **crecientes**, **decrecientes** o **constantes** cuando un incremento proporcional de todos los factores provoca en el producto un incremento **más que** proporcional, **menos que** proporcional o **igual** (justamente proporcional)

Capital (K)	Trabajo (L)	Producción	Rendimientos de escala
1	16	1000	
2	32	2000	**Constantes**
2	32	1700	**Decrecientes**
2	32	2200	**Crecientes**







2. Producción en el Largo Plazo.

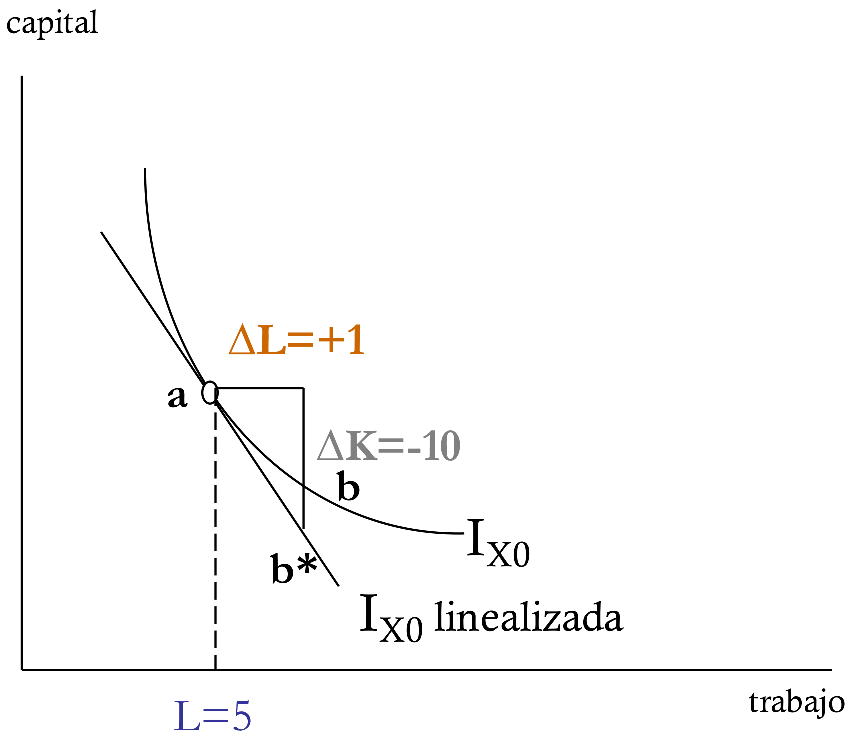
- Para determinar la **producción a largo plazo** del productor (equilibrio óptimo a largo plazo) utilizaremos una serie de herramientas nuevas: las **isocuantas y la recta isocoste**

- Al conjunto de pares o combinación de factores productivos (*trabajo, capital*) que dan un mismo nivel de producción lo llamamos **isocuanta**
  - Son las **curvas de nivel** de la función de producción. Y es el modo de representar en un plano a esta última (como ocurría con las **curvas de indiferencia** para el caso de la función de utilidad del consumidor)

- Por su parte, la **recta isocoste** es la representación gráfica de las distintas combinaciones de los factores de producción (capital y trabajo – K, L) que puede utilizar el productor dados sus precios (P_L, P_K) para el desarrollo del proceso productivo asumiendo un mismo coste total (lo veremos con los costes a largo plazo)
  - Es el equivalente a la **restricción presupuestaria** vista para el consumidor

2.1. Isocuantas y Relación Marginal de Sustitución Técnica (RMST)

- En la sustitución, los factores de producción expresan una **equivalencia en productividad**; esto es, que la cantidad del factor que sustituye y el sustituido son igualmente productivos; es decir, dan el **mismo nivel de producción**
- Si la sustitución se expresa por unidad de uno de los factores en relación al otro, entonces, esta tasa de sustitución se denomina **RMST**. Por ejemplo, ***la cantidad de capital que puede sustituir una unidad de trabajo*** manteniendo el mismo nivel de producción, es decir, sobre la misma isocuanta *(ceteris paribus).*



- La RMST es la **pendiente de la recta tangente** a la isocuanta en cualquiera de sus puntos
- La RMST es el cociente de los productos marginales de los factores

$$RMST_{L,K} = \frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{QMg_L}{QMg_K} = \frac{dX/dL}{dX/dK}$$

Observe el alumno el paralelismo existente entre el equilibrio del productor a largo plazo y el del consumidor (isocuantas vs. curvas de indiferencia; restricción presupuestaria vs. isocoste)

3. Funciones de Costes.

- El coste de producción es la suma de dinero entregada por el productor a los propietarios de los factores, por ejemplo, del trabajo y del capital, para hacerse con sus servicios
  - Pero, debemos saber que el precio del factor de producción a considerar es su **coste de oportunidad**, aquello que se le debe pagar para que no busque un nuevo y mejor empleo

- Una **función de coste total** es una relación entre cada nivel de producción posible de un bien X y el gasto monetario que el productor realiza en factores en tal producción, que representamos como:

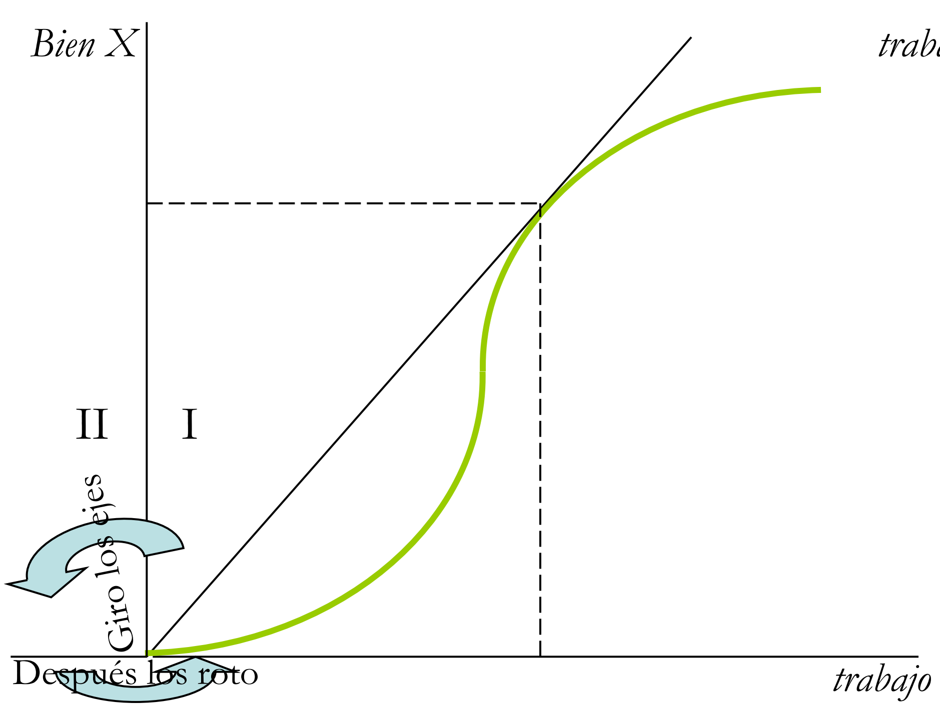
$$CT = c(X) = c(q) = c(K, L) = rK + wL$$

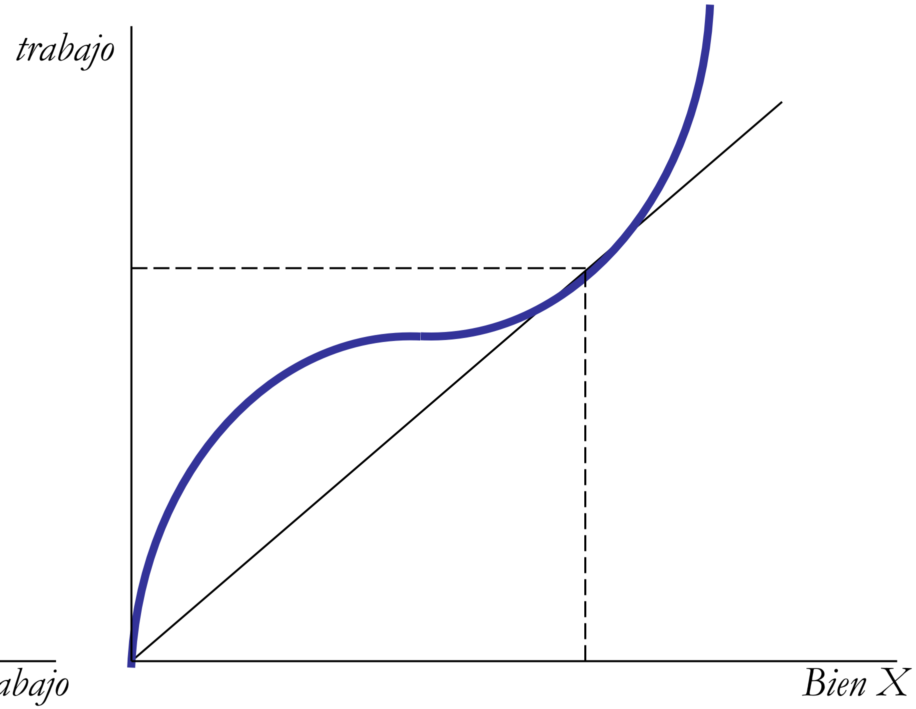
  - Ahora bien, el coste se debe al empleo de los factores de producción. Siendo para el caso de producción con dos factores, trabajo y capital, que el coste total es la suma del coste del trabajo más el coste del capital

- Por consiguiente, para definir una función de costes totales antes habrá que saber para cada nivel de producción posible cuál es la contratación de factores que se realiza: ¿cuánto trabajo y cuánto capital ha de emplearse? Y como sabemos, esta relación no es única: pueden haber muchas contrataciones/combinaciones diferentes de factores posibles para realizar un determinado nivel de producción: todas las recogidas en una misma isocuanta
  - Este problema se resuelve, precisamente, porque en el corto y largo plazo, existen criterios suficientes para definir una relación única entre producción y empleo de factores

3.1. Costes a Corto Plazo I: función de producto del factor variable y función de coste variable.

Establecemos una relación **unívoca** entre producción y empleo de factores. Comenzando por la relación entre producción y empleo de factor variable; dada por la inversa de la función de producto total del factor variable



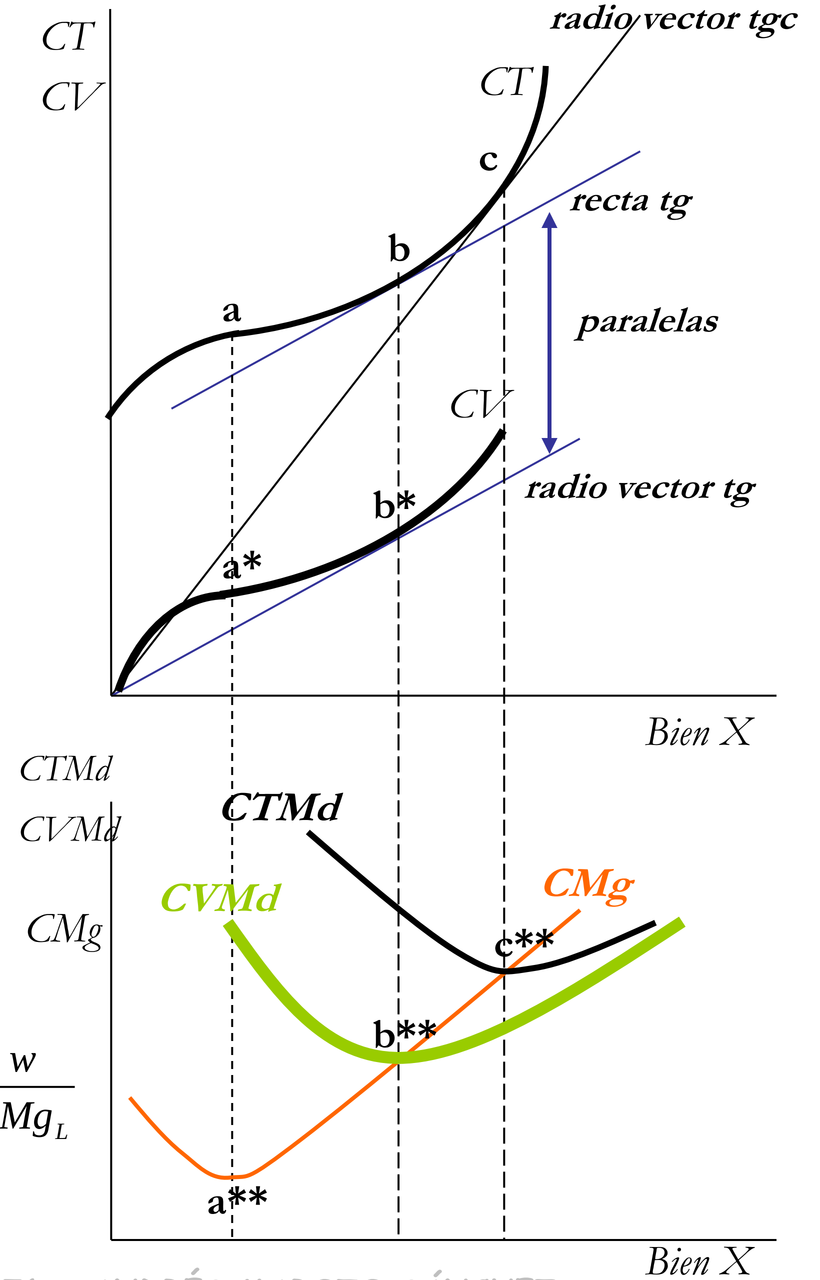


A partir de la función inversa del producto, obtenemos la de **costes variables**: dado que **CV = wL**, multiplicamos todas las ordenadas de la función L = f(X) por w. Si w=1, la función de coste variable y la inversa coinciden, excepto en la unidad de medida de la variable en ordenadas, que ahora será el euro

A partir de la función de CV, es inmediata la obtención de la de CT: dado que **CT = CV + CF**, sumamos a todas las ordenadas de dicha función el **coste** del factor **fijo** (normalmente, capital) o CF

3.1. Costes a Corto Plazo II: Costes Unitarios.

- Las pendientes de las rectas radio vectores a las funciones de **CV** y **CT** miden, respectivamente, para cada nivel de producción los **CVMd** y los **CTMd**, esto es, lo que como media hay que gastar en cada unidad de producto por empleo de trabajo sólo o por empleo de trabajo y de capital
  - El CVMd que corresponde a cada nivel de producción de X decrece hasta que el radio vector es tangente a la función de CV (punto b*), y luego crece. Lo que representamos en la gráfica de la función de CVMd inferior. E igual razonamiento se aplica al CTMd respecto a la función de CT (si bien en este caso el punto de tangencia del radio vector es c, a la derecha de b*)
- La pendiente de la recta tangente a las funciones de CV y CT mide el **CMg** para cada nivel de producción, esto es, el gasto en factor variable por la unidad marginal de producto, la última o una adicional. Como las funciones de CV y CT son paralelas, el CMg es idéntico en las dos. Decrecerá en el tramo cóncavo y crecerá en el convexo (el punto de inflexión es *a* o *a**)
- **Observe que los costes medios y marginales se relacionan como es sabido se relacionan las medias y las marginales**



$$CVMd = \frac{CV}{q_x} = \frac{wL}{q_x} = \frac{w}{q_x/L} = \frac{w}{QMd_L} \qquad CMg = \frac{w\Delta L}{\Delta q_x} = \frac{w}{\Delta q_x/\Delta L} = \frac{w}{QMg_L}$$

Siendo el salario (w) constante y $QMg_L = \frac{\partial CT}{\partial q_x}$

3.2. Costes a Largo Plazo I: la Recta Isocoste

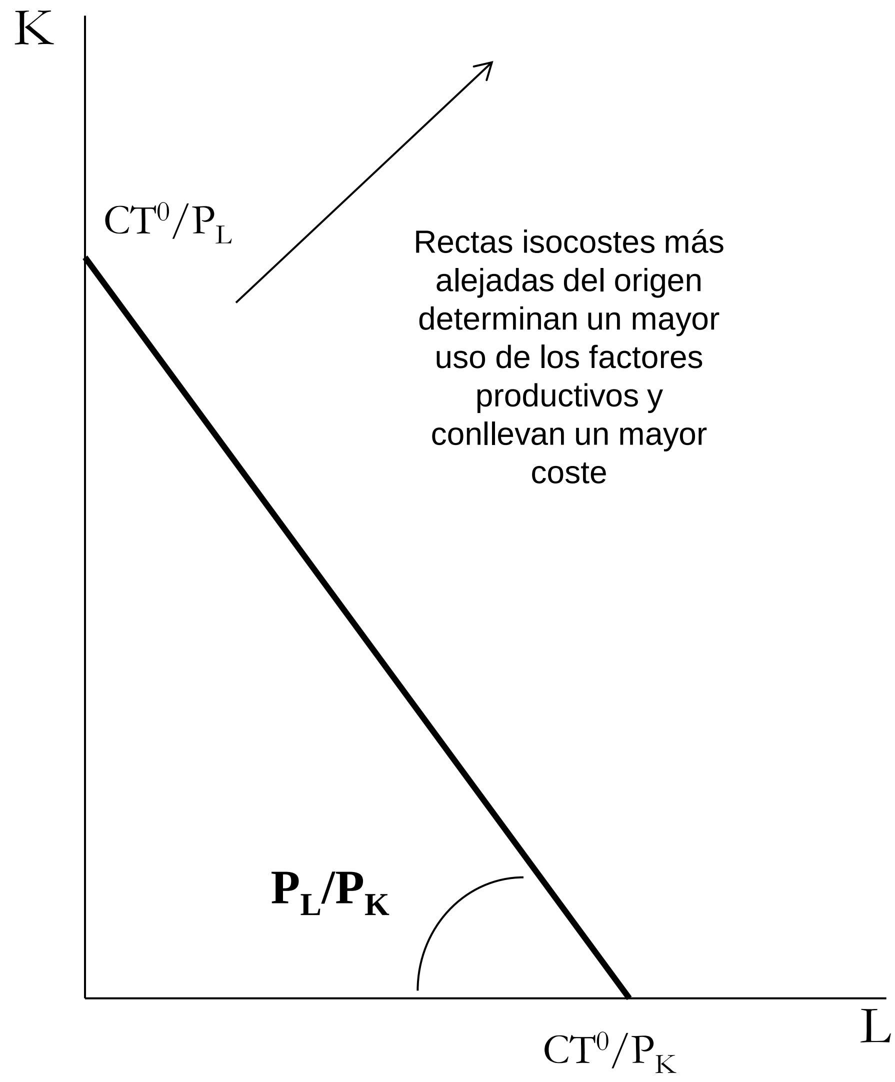
- La **recta isocoste** es la representación gráfica de las distintas combinaciones de los factores de producción (*capital y trabajo – K, L)* que puede utilizar el productor dados sus precios (P_L, P_K) para el desarrollo del proceso productivo asumiendo un mismo coste, de modo que se satisface la siguiente ecuación:

$$CT = P_L\, L + P_K\, K$$

- Cada uno de los puntos que conforman la recta isocoste reflejan un mismo nivel de coste incurrido (CT^0)

- La **remuneración relativa de los factores** (*RRF*) muestra cuál es la relación de intercambio de los factores productivos dados sus precios de mercado (w, r), gráficamente se corresponde con la **pendiente de la recta isocoste**:

$$P_L/P_K = w/r$$

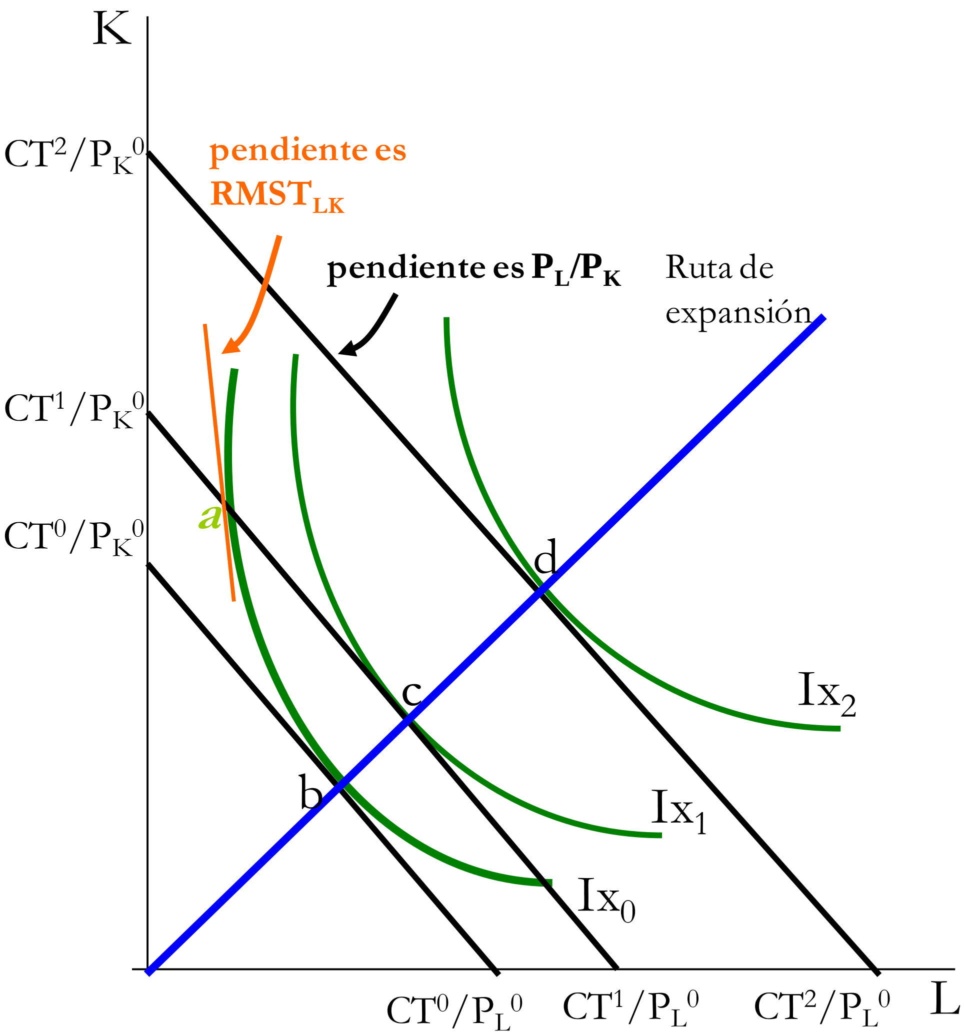


3.2. Costes a Largo Plazo II: Equilibrio del Productor .

- El **equilibrio de productor a largo plazo** se alcanza en el punto dónde la recta isocoste es **tangente** a la curva isocuanta, esto es, las pendientes de ambas coinciden (por ejemplo en el punto **b**)
- Entonces, no será posible encontrar una contratación en la misma isocuanta de menor coste (por ejemplo el punto **a** que se encuentra en la misma isocuanta pero supone un coste mayor) u otra contratación en la misma recta isocoste pero de mayor producción

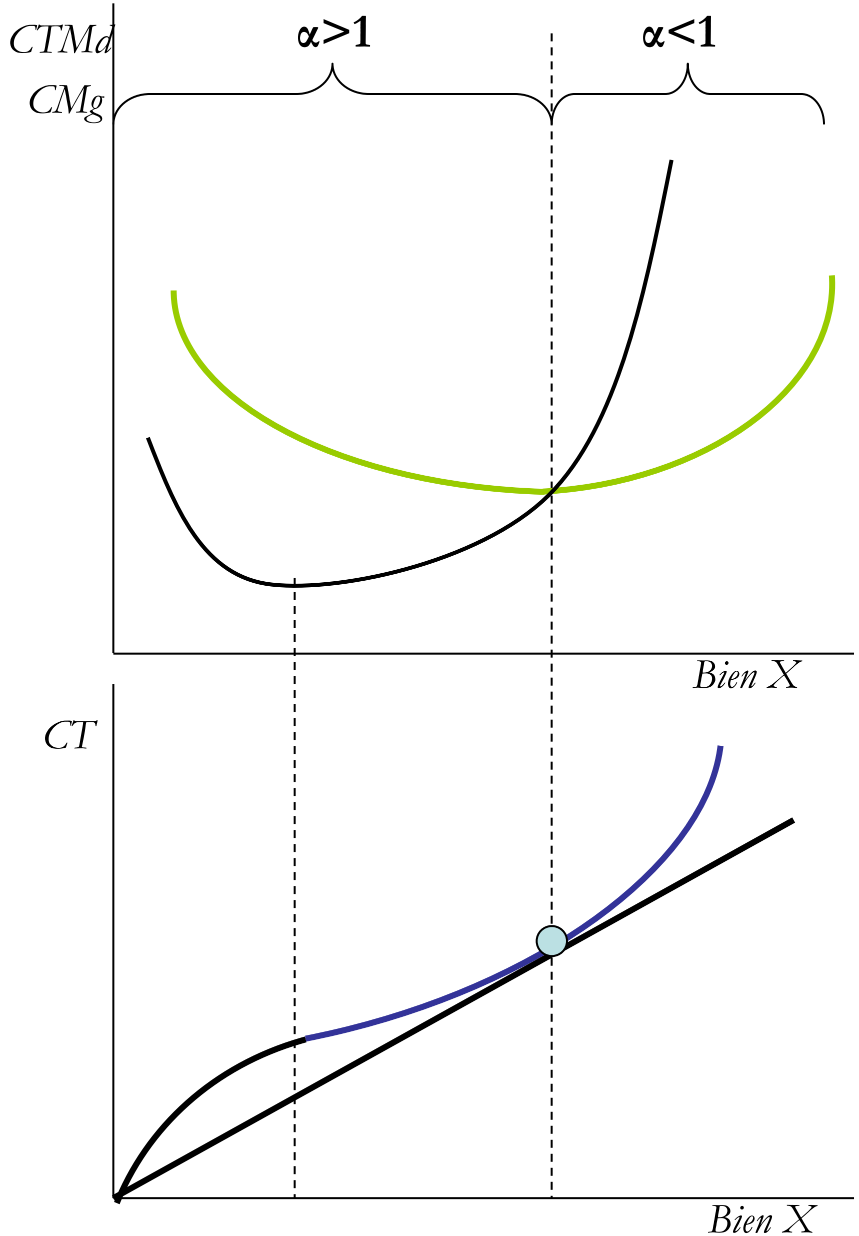
- Por tanto, es **condición necesaria** que la isocuanta y la isocoste sean tangentes (condición de primer orden)
  - Dada la linealidad del isocoste y la convexidad de la isocuanta; ello, asegura la condición de segundo orden.

- Si la función de producción se encuentra definida en todos sus puntos, entonces todos los equilibrios del productor se encuentran en un mismo radio vector o técnica. El conjunto de equilibrios del productor recibe el nombre de **ruta de expansión** (conjunto de puntos de tangencia entre la rectas isocostes y las curvas isocuantas a medida que nos alejamos del origen)



3.2. Costes a Largo Plazo III: Rendimientos de Escala.

- Dado el precio del trabajo y del capital, y siendo la ruta de expansión lineal, podemos estudiar la variación, crecimiento o decrecimiento, del coste medio de producción por los **rendimientos a escala**
- El CMd decrece si hay **rendimientos crecientes** a escala, crece si hay **rendimientos decrecientes** a escala y permanece inalterado si los **rendimientos** son **constantes** a escala
- Supuesto que a niveles bajos de producción y volumen en la contratación de factores hay rendimientos crecientes a escala, pero que, a medida que aumentamos la producción y el volumen de empleo de los factores, van decreciendo hasta aparecer los rendimientos decrecientes a escala, **la curva de CTMd tendrá forma de U**
- Por la relación entre magnitudes medias y marginales, se obtiene la curva de los costes marginales a partir de la forma de U de los CMd. Que **también tendrá forma de U**
- De la forma de U de los CMd y CMg obtenemos la función de **CTLP**, creciendo a un ritmo lento para niveles bajos de producción (cóncava) y a un ritmo rápido cuanto mayor es el nivel de producción (convexa)



Conceptos Básicos

1. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN: a corto plazo

2. LA CURVA ISOCUANTA

3. LA RECTA ISOCOSTE

4. EL EQUILIBRIO DE PRODUCTOR

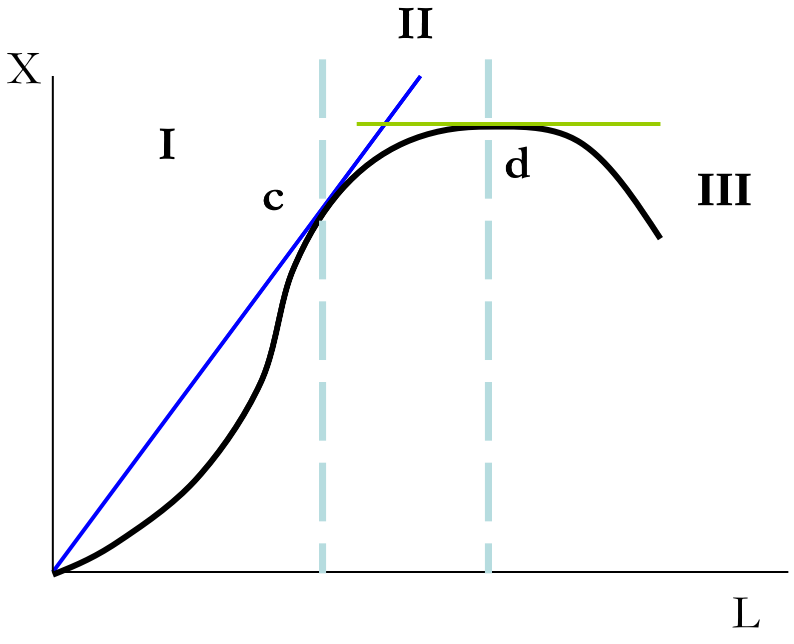
La función de producción a corto plazo: producto total del factor variable (PT)

a) **Definición general**: Sean el capital y el trabajo, K y L, los factores de producción, donde K es el factor fijo y L el factor variable, la función de PT relaciona el empleo de L y el output o producto total (X)

b) **Expresión matemática** (representación general): la función de producción a corto plazo se define como: X = f(L) , dado un valor de K=K*

c) **Representación gráfica**: En su representación gráfica, la función de producción presenta tres etapas básicas:

I. La primera etapa dónde la producción media es creciente
II. La segunda etapa donde la producción media es decreciente
III. Y la tercera etapa dónde el producto marginal es negativo



La isocuanta

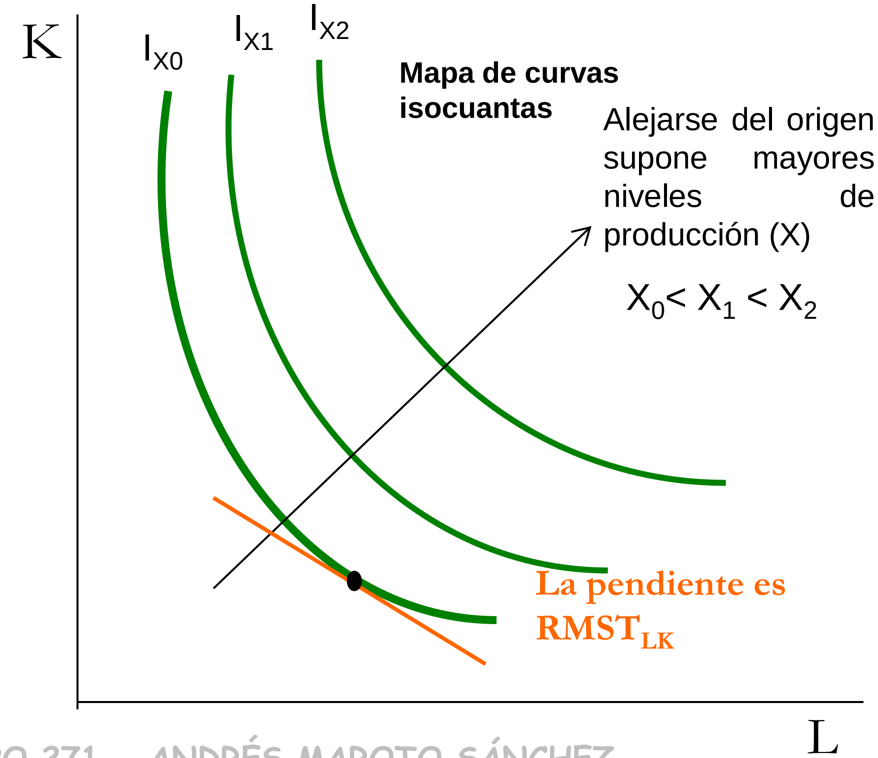
a) **Definición general**: Representa las combinaciones de factores productivos (*capital y trabajo – K, L)* que pueden ser utilizadas en el proceso productivo para alcanzar un mismo nivel de producción (X)

b) **Expresión matemática**: Dada la tecnología, las isocuantas son las curvas de nivel de la de la función de producción. Por tanto, hay una isocuanta para cada valor concreto que tome la producción. Definimos como isocuanta para cada nivel de producción:

$$I^0 = \{(K,L) \in \Re^2 / f(K,L) = X^0\}$$

c) **Representación gráfica**: En el caso general supondremos que las isocuantas son decrecientes y convexas. Dado que son las curvas de nivel de la función de producción, su representación gráfica es el modo de llevar a un plano a esta última.

La pendiente de la recta tangente en cada punto de la isocuanta refleja la $RMST_{LK}$ es decir, la cantidad de capital que puede sustituir a una unidad de trabajo de tal manera que no cambie el nivel de producción.



La recta isocoste

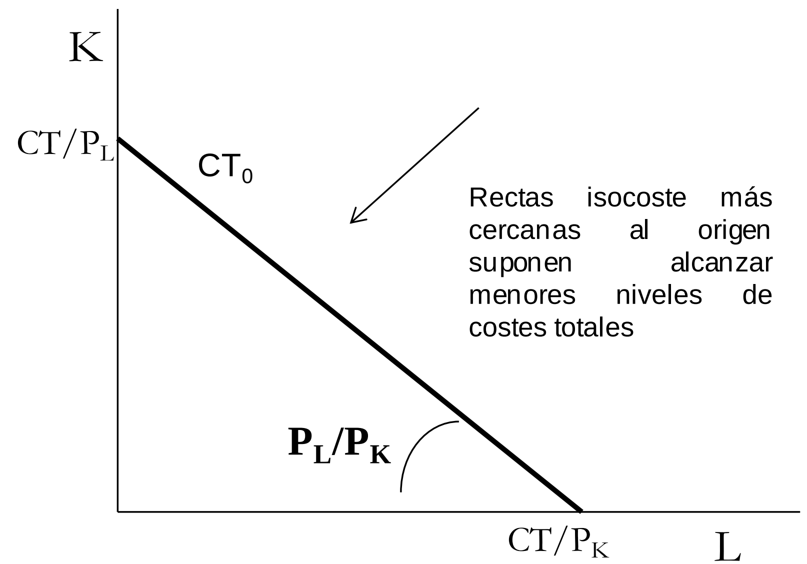
a) **Definición general**: muestra cuáles son las combinaciones de los factores de producción (*capital y trabajo – K, L)* que puede utilizar el productor dados sus precios de mercado o *costes de oportunidad* (P_L, P_K) para el desarrollo del proceso productivo asumiendo un mismo coste

b) **Expresión matemática**: Suponiendo que el productor es precio aceptante, la isocoste se puede definir como :

$$\mathrm{RI}^0 = \left\{ \left(k, l \right) \in \Re^{2+} / CT^0 = k.P_K^0 + l.P_L^0 = kr^0 + lw^0 \right\}$$

Donde la condición que define al conjunto asequible es, en este caso particular, la ecuación lineal: $CT = P_L L + P_K K$

c) **Representación gráfica**: Tal como ha sido definida la isocoste es una línea recta donde su pendiente muestra la **remuneración relativa de los factores** (RRF); es decir, simplemente el cociente del precio de los factores productivos: $P_L/P_K = w/r$



El equilibrio de productor

a) **Definición general**: Contratación de factores (K, L) eficiente económicamente que para cualquier volumen de producción minimiza su coste total o, bien, para cualquier coste incurrido maximiza su producción

b) **Expresión matemática**: El equilibrio del productor, dada una recta isocoste y un mapa de curvas isocuantas convexas, se producirá allí **dónde** la remuneración relativa de los factores coincide con la productividad marginal de los mismos, es decir, dónde la recta isocoste para el productor sea tangente a la mayor curva isocuanta posible

$$EQ^0 = \{(L,K) \in \Re^{2+} / (L,K) \in iso\,\mathrm{cost}e \wedge \frac{\mathrm{QMg_L}}{\mathrm{QMg_K}} = \frac{\mathrm{w}}{\mathrm{r}} \} \qquad \mathrm{RMST_{K,L}=RRF_{K,L}}$$

c) **Representación gráfica**: Si la función isocoste es una recta y la curvas isocuantas son convexas, el equilibrio se producirá en el punto de tangencia de ambas alcanzando la isocoste más cercana al origen (*L**, *K**).