19
Movimiento ondulatorio

Todos alguna vez hemos dejado caer una piedra en aguas tranquilas; habremos observado entonces que a partir del sitio donde la piedra haya tocado el agua se producen en la superficie unos movimientos con la forma de circunferencias concéntricas que se van agrandando. La superficie del agua se curva alternadamente hacia abajo y hacia arriba. Las formas obtenidas se denominan *ondas* y a su conjunto, *tren de ondas*. El punto más alto de la onda se denomina *cresta* y el más bajo, *valle*. Un corcho flotando, ante el paso de las ondas, alcanzará sucesivamente en un mismo punto, valles y crestas; vale decir que será movido hacia arriba y hacia abajo y recibirá cantidad de movimiento y energía cinética. Y es en esto que reside la particularidad característica del movimiento ondulatorio.

El movimiento ondulatorio es un recurso de la naturaleza que hace posible el transporte de cantidad de movimiento y de energía desde un punto del espacio hasta otro, sin transporte de materia.

Clasificación de las ondas.

Las ondas pueden clasificarse de diversas maneras, según el criterio de referencia que se elija. Así, por su naturaleza, las ondas pueden ser mecánicas o electromagnéticas. Como ejemplo de las primeras están las ondas en el agua ya citadas, las ondas en una cuerda y las ondas sonoras; en todas ellas las ondas son perturbaciones que se propagan gracias a las propiedades elásticas del medio material.

En las ondas electromagnéticas (radio, luz, TV, radar, etc) en vez, la propagación no necesita de ningún medio material para que pueda ocurrir.

En este curso solamente se estudiarán las ondas mecánicas. Como un ejemplo más de onda mecánica tenemos el caso de una bandera flameando en lo alto de un mástil; las ondas se propagan a lo largo del tejido, pero así como el agua no se desplaza ante el paso de las ondas superficiales, tampoco en este caso los hilos que forman la trama del paño de la bandera abandonan sus lugares ante el paso de la onda.

Otro criterio de clasificación las separa en ondas periódicas y en pulsos. Aquí, depende de la duración de la perturbación; cuando el movimiento se repite una y otra vez tenemos las primeras. Si la perturbación es muy breve y es única, tenemos el pulso.

Tanto las ondas periódicas como los pulsos gozan de propiedades similares, pero seguramente resulta más sencillo estudiarlas a partir de los pulsos que de las ondas periódicas; por eso comenzaremos por estudiar los pulsos.

ONDA PERIÓDICA | PULSO

Pulsos.

PULSO es una onda de corta duración. Tiene un principio y un final. En un instante cualquiera sólo se ve perturbada una región limitada del espacio

Ejemplos: 1) Si una corriente de aire cerrara bruscamente la puerta del aula. El aire del interior se comprime, se origina una perturbación que cruzará el espacio y podremos observar cómo una cortina en el fondo del aula sufre un movimiento súbito.
2) Si se ponen 3 o más monedas en fila y en contacto sobre la mesa y se lanza otra moneda para que golpee con fuerza a la del extremo de la fila, se verá cómo la moneda del otro extremo sale despedida. Cada moneda ha sido perturbada; la perturbación pasó a través de la fila completa de monedas, pero ninguna de ellas se ha movido, excepto la última.
3) El disparo de un arma de fuego (pulso de onda sonora).
4) El disparo de un flash fotográfico (pulso de luz)
5) Una ola gigante (tsunami) en un maremoto. (pulso de onda en el agua).

¿Cómo podemos producir un pulso de una manera sencilla? Atemos el extremo de una cuerda a un soporte y sometámosla a tensión, tirando con una mano desde el otro extremo; si en esas condiciones le damos un golpe a la cuerda con el borde de la otra mano, la cuerda sufrirá un cambio de forma que comenzará a propagarse por la cuerda. Hemos producido un pulso.

Un pulso es una perturbación de la cuerda, es decir una deformación o distorsión respecto de la forma que posee la cuerda en su situación de equilibrio.

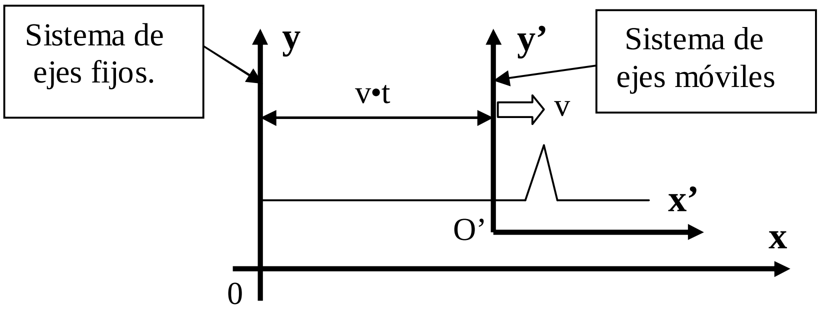
La función de ondas.

La función de onda es una función de 2 variables, porque “y” depende tanto del tiempo “t” como de la posición “x”. Matemáticamente lo expresamos poniendo que:

$$y = f(x;t)$$

Ejemplificando: sea “y” la perturbación o pulso que viaja por la cuerda en el sentido +x. Si se toma una fotografía instantánea, observando la foto (en ella el tiempo está detenido), diremos que y = f(x) ya que al pulso se lo ve en un cierto valor de “x” y no en los demás. Pero si comparamos una secuencia de fotografías instantáneas, veremos que el pulso aparece en distintas posiciones “x” a medida que transcurre “t”, por lo que diremos que y = f(t).

Para deducir la expresión de esta función de 2 variables, y dado que no estamos acostumbrados a trabajar con ecuaciones con 2 variables, procederemos en dos etapas:



1° ETAPA: Por un momento dejaremos de lado una variable y deduciremos la relación de “y” con la otra variable.

2° ETAPA: Incorporamos ahora la otra variable y llegamos a la expresión final.

En la primera etapa eliminaremos el efecto del tiempo. La figura muestra un pulso en una cuerda en un cierto instante; un rato más tarde el pulso se habrá alejado por la cuerda, de modo que el pulso estará expresado por otra función de “x”.

Introduciremos un segundo sistema de referencia con origen en O’, que se mueve con la rapidez v del pulso. En este sistema de referencia móvil, el pulso no depende del tiempo (es estacionario). La forma de la cuerda es y’ = f(x’) en todo momento. Hemos cumplido la primera etapa y ha resultado:

$$y' = f(x'). \qquad (1)$$

Para la segunda etapa, relacionamos las coordenadas de los dos sistemas de referencia:

$$y = y'$$
$$x = x' + v \cdot t$$

Si es esta última, despejo x’: $x' = x - v \cdot t$

y reemplazando en la (1):

$$y = f(x - v \cdot t)$$

Esta es la expresión de la función de onda, donde v es la velocidad de propagación de la onda e “y” representa el desplazamiento de la cuerda, para un lugar x dado y un tiempo t dado. El signo (-) en la función de onda indica que el pulso se propaga hacia la derecha. Si la propagación ocurriera hacia la izquierda, se tendría un signo (+).

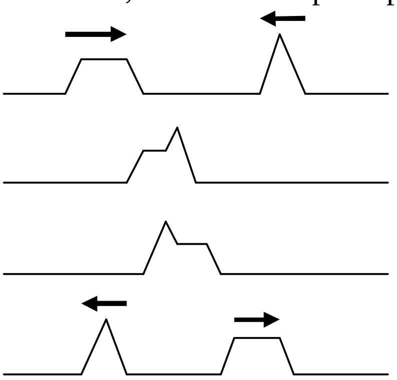
Interferencia.

Sean dos pulsos moviéndose en sentidos opuestos. La forma de la cuerda donde ambos pulsos se cruzan se obtiene sumando los desplazamientos producidos por cada pulso individualmente (principio de superposición).

Si se tratara de dos pulsos geométricamente iguales, pero uno invertido respecto del otro, la suma da por resultado cero. En este instante la cuerda está horizontal pero no en reposo. Después de un breve tiempo los pulsos emergen y cada uno continúa su camino en su dirección y sentido original.

La combinación de ondas separadas para producir una onda resultante se denomina interferencia. La interferencia es una propiedad característica del movimiento ondulatorio. Se presenta siempre que dos ondas se encuentran en una misma región del espacio. No existe ninguna situación análoga en el movimiento de partículas. Dos partículas nunca se solapan o se suman de este modo. La interferencia es una característica única correspondiente al movimiento ondulatorio.

La suma matemática de dos funciones de onda para obtener la función de onda resultante, se denomina principio de superposición. En la mayor parte de los fenómenos ondulatorios este principio se cumple, pero hay excepciones; las ondas que no obedecen este principio se llaman ondas *no lineales* y no las estudiamos.



Si el desplazamiento de los dos pulsos es en el mismo sentido, el pulso resultante cuando se solapan es mayor que cualquiera de los pulsos aislados. En este caso se denomina *interferencia constructiva*. Si los pulsos están invertidos, cuando se solapan, dan un pulso resultante menor que el mayor y quizás menor que cualquiera de los dos. Los pulsos tienden a anularse entre sí cuando se solapan. Esta interferencia se denomina *interferencia destructiva*.

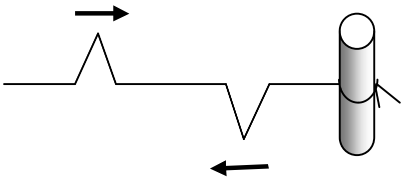
Reflexión de pulsos.

Cuando un pulso se está propagando a lo largo de una cuerda tensa y llega al extremo de la misma, se produce el fenómeno de la reflexión. Igual a lo que sucede con un rayo de luz que se propaga por el aire, cuando llega a la superficie de un espejo, se refleja, es decir que retorna al mismo medio por el cual venía. En el caso de un pulso en una cuerda, cuando llega a un extremo, se iniciará su regreso. Sin embargo, la forma en que se produzca dicho regreso, podrá ser diferente, según cómo sea la fijación de la cuerda. Por eso hablamos de extremo fijo y extremo libre. El primero se logra con una atadura firme que impida todo movimiento a la cuerda en dicho extremo. El segundo, permite mantener la tensión en la cuerda, sin impedir su desplazamiento, ante la llegada del pulso. Estudiaremos a continuación cómo es la reflexión en cada uno de estos extremos.

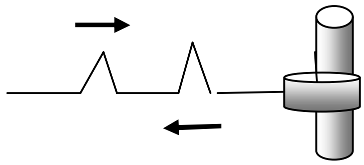
<u>REFLEXIÓN EN UN EXTREMO FIJO</u>. El pulso reflejado se invierte respecto del pulso incidente y comienza a recorrer la cuerda en sentido inverso, con la misma velocidad con que lo hacía el pulso incidente. Ocurre que cuando el pulso incidente alcanza el extremo de la cuerda e intenta desplazarla, al no poder moverse por estar atada, la cuerda trasmite la fuerza al soporte. Por el principio de acción y reacción, el soporte responde aplicando a la cuerda otra fuerza igual y contraria; esta fuerza genera al pulso reflejado, que aparece invertido en relación al pulso incidente.

<u>REFLEXIÓN EN UN EXTREMO LIBRE</u>. Cuando el pulso llega al extremo de la cuerda, intenta desplazar a la cuerda y como el vínculo no impide tal desplazamiento, la cuerda no transmite ninguna fuerza al vínculo. Si el vínculo no recibe ninguna fuerza,

tampoco responde con ninguna fuerza, por lo que el pulso reflejado se conserva derecho. No hay inversión.



EXTREMO FIJO



EXTREMO LIBRE

Velocidad de las ondas en cuerdas.

Una propiedad general de las ondas es que su velocidad depende de las propiedades del medio, y que es independiente del movimiento de la fuente relativo al medio, con excepción de las ondas electromagnéticas, que se propagan en el vacío con $v_0 = 3x10^8$ m/s. Por ejemplo, la velocidad de una onda sonora producida por el silbato de un tren depende solo de las propiedades del aire y no del movimiento del tren. En el caso de pulsos de ondas en una cuerda que no varía de forma, puede deducirse una fórmula para la velocidad en función de las propiedades de la cuerda, que es:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

siendo T la tensión en la cuerda (en N) y μ la inercia de la cuerda, que es el cociente entre la masa de la cuerda y su longitud; (en $\frac{kg}{m}$).

Otras clasificaciones de ondas.

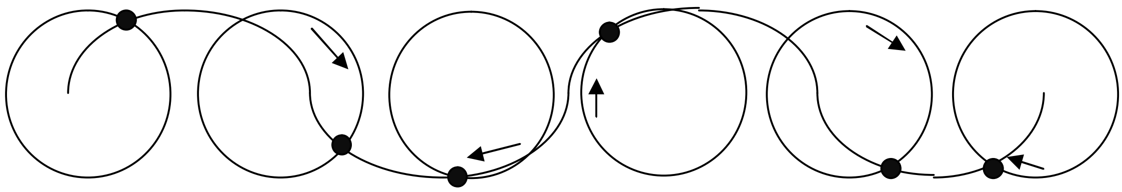
Estamos ahora en condiciones de agregar otros criterios de clasificación de ondas, a los dados al comienzo de esta clase.

<u>ONDAS TRANSVERSALES, LONGITUDINALES Y MIXTAS</u>.

Este criterio surge de comparar la dirección en que se mueven las partículas del medio con la de la propagación de la onda. Así por ejemplo, en el caso de una cuerda, mientras la onda se propaga en la dirección de la cuerda misma, masas elementales de la cuerda se mueven en dirección perpendicular a la cuerda misma. Cuando las direcciones de la perturbación y de la onda son perpendiculares, se dice que se tiene una *onda transversal*. Son también transversales todas las ondas electromagnéticas.

En cambio, cuando la dirección de la perturbación es paralela a la dirección de la propagación de las ondas, éstas reciben el nombre de *longitudinales*. El ejemplo más importante de este tipo lo tenemos en las ondas sonoras. Cuando vibra un diapasón, o la cuerda de un violín, ella empuja a las moléculas del aire, alternativamente hacia adelante y atrás, y con ello, las moléculas se acumulan generando un aumento de presión, o se desacumulan, generando una depresión; aparecen así crestas y valles de presión, que avanzan. Así, el movimiento alternativo de las moléculas ocurre en la misma dirección en que avanza la onda sonora.

Queda una tercera posibilidad, que es la *onda mixta*; ella no es completamente transversal ni completamente longitudinal, sino que es una combinación de ambas. Un ejemplo lo tenemos en la propagación de las olas en el agua; la siguiente secuencia de figuras, muestra cómo una partícula de agua (o un pequeño objeto flotando) recorre una trayectoria casi circular ante el paso de la ola, sin abandonar su posición media; al recorrer el círculo, se mueve tanto hacia adelante y atrás, como hacia arriba y abajo.

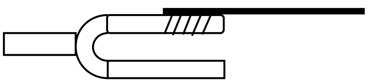


ONDAS UNIDIMENSIONALES, BIDIMENSIONALES, TRIDIMENSIONALES. Aquí se clasifican las ondas por la cantidad de dimensiones en el medio en el cual se propagan. Son unidimensionales las ondas en cuerdas, bidimensionales las ondas superficiales en el agua y tridimensionales las ondas sonoras en el aire.

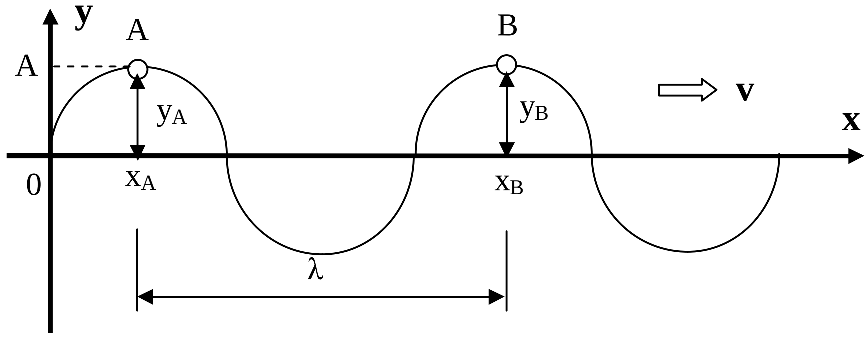
ONDAS VIAJERAS Y ONDAS ESTACIONARIAS. Cuando nuestro ojo es capaz de percibir el movimiento de una onda, las llamamos viajeras. Pero no siempre ocurre esto; a veces la interferencia entre una onda directa y su reflejada produce un esquema resultante particular de onda donde no se puede percibir el movimiento; en este caso las llamamos ondas estacionarias.

Ondas armónicas, viajeras y unidimensionales.

Ahora dejaremos atrás los pulsos, esas perturbaciones únicas y aisladas y comenzaremos a estudiar las ondas armónicas, que se caracterizan por ser perturbaciones continuas y repetitivas en el tiempo. Se llaman armónicas porque las ecuaciones que las describen contienen invariablemente alguna de las funciones trigonométricas seno o coseno. Son generadas por un MAS; así, para producir en la práctica una onda armónica, puede sujetarse uno de los extremos de una cuerda tensa a una de las ramas de un diapasón, de modo que el diapasón vibre en dirección perpendicular a la cuerda. Al trasladarse esta perturbación por la cuerda, ésta toma la forma de la figura.



De puntos tales como A y B sucesivos con la misma elongación ($y_A = y_B$) se dice que están en fase. La distancia Δx que los separa ($\Delta x = x_B - x_A$) se llama *longitud de onda* (λ).

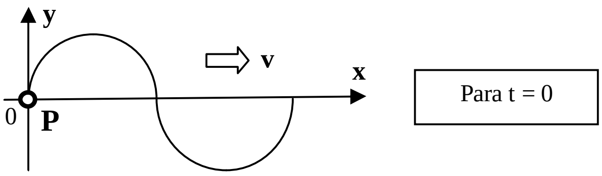


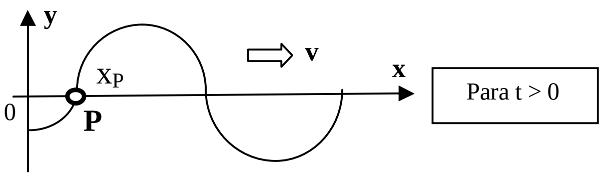
Longitud de onda es la distancia entre dos crestas sucesivas. Es la distancia que recorre la onda en el tiempo de un período.

Si la onda se propaga con velocidad v, entonces λ, v y T están vinculados por la relación:

$$\lambda = v \bullet T$$

Deduciremos la expresión matemática que le corresponde a una onda periódica armónica como la representada en la figura, que se propaga en la dirección x con sentido hacia la derecha. Nuevamente estamos frente a una función de dos variables: y = f(x;t). Por las características de la onda, la expresión deberá contener senos o cosenos.





Consideremos el punto P marcado en la onda en las figuras de la izquierda. Arriba, para t = 0 y x = 0, P está en el origen. Este punto describe en el origen un MAS cuya expresión es

$$y = A \bullet \text{sen}\ \omega t$$

Un poco después en el tiempo, el punto P se habrá desplazado hacia la derecha y lo vemos como en la figura de abajo. El punto P llega a x_P con demora, respecto de x = 0. Esa demora o retardo, expresado como un desplazamiento angular lo vamos a llamar θ. Luego:

$$y = A \bullet \text{sen}\ (\omega t - \theta)$$

Para que aparezca explícitamente la segunda variable (la x), hacemos la siguiente proporcionalidad:

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\theta}{x} \quad \Rightarrow \quad k = \frac{\theta}{x} \quad \Rightarrow \quad \theta = k \cdot x$$

Luego:

$$y = A \bullet \text{sen}\ (\omega t - kx) \qquad (1)$$

Esta ecuación me da la forma general de la onda; después hay que ajustarla para que cumpla con las condiciones iniciales de cada caso, para lo cual se agrega dentro del argumento un θ_0 (que generalmente no se escribe expresamente).

La ecuación (1) con su signo menos corresponde a una onda que se desplaza hacia la derecha; si fuera hacia la izquierda, sería (+).

La ecuación (1) también puede escribirse como:

$$y = A \bullet \text{sen}\ 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] \qquad (2)$$

Y tanto la (1) como la (2) también pueden escribirse permutando las diferencias contenidas en los paréntesis.

Relación entre ω, k y v

Para una onda y un medio dados, ω, k y v son constantes, pero no son independientes entre sí. Encontraremos la relación que las vincula.

$$\text{De} \quad \lambda = v \bullet T \quad \rightarrow \quad T = \frac{\lambda}{v}$$

$$\text{De} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \rightarrow \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Igualando los segundos miembros de las de arriba: $\frac{\lambda}{v} = \frac{2\pi}{\omega}$

Intercambiando los extremos: $\frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$

Pero el segundo miembro es k. Luego: $\frac{\omega}{v} = k$

Finalmente:

$$\omega = k \cdot v$$

Problema 1

Una cuerda tiene un extremo atado a un punto fijo; una persona toma el otro extremo y lo mueve hacia arriba y abajo senoidalmente con f = 2 Hz y A = 7,5 cm. La onda se propaga con una rapidez v = 12 m/s. Para t = 0 el extremo libre tiene desplazamiento positivo máximo y está instantáneamente en reposo. Suponiendo que no hay onda reflejada, a) calcular ω, T, λ y k. b) Escribir la ecuación de la onda. C) Escribir las ecuaciones de y = f(t) para el extremo de la cuerda que es movido por la persona y para un punto de la cuerda situado a 3 m de dicho extremo.

Solución:

a) ω = 2πf = 6,28•2 = 12,56 rad/s

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2} = 0{,}5\, s$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{12}{2} = 6\, m$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{6{,}28}{6} = 1{,}05\, \frac{rad}{s}$$

b) $y(x;t) = A \cdot sen\, 2\pi \left[\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right] = 0{,}075\, m \cdot sen\, 2\pi \left[\frac{t}{0{,}5\, s} - \frac{x}{6\, m} + \frac{\pi}{2}\right]$

$y(x;t) = 0{,}075\text{ m} \cdot cos \left[12{,}56\, \frac{rad}{s} \cdot t - 1{,}05\, \frac{rad}{m} \cdot x\right]$

c) En el extremo de la cuerda es x = 0. Sustituyendo este valor de x en la ecuación obtenida en b):

$y(t) = 0{,}075\text{ m} \cdot cos \left(12{,}56\, \frac{rad}{s} \cdot t\right)$

Y para x = 3 m es:

$y(t) = 0{,}075\text{ m} \cdot \cos \left[12{,}56\, \frac{rad}{s} \cdot t - \pi\right]$

$y(t) = -\, 0{,}075\text{ m} \cdot cos \left(12{,}56\, \frac{rad}{s} \cdot t\right)$

Problema 2

Una barra que se mueve hacia arriba y hacia abajo una distancia total de 0,50 cm, genera en un extremo de una cuerda larga horizontal, una onda sinusoidal transversal. El movimiento es continuo y se repite regularmente 120 veces por segundo. a) Si la cuerda tiene una densidad lineal de 0,25 kg/m y se mantiene bajo una tensión de 90 N, determinar la amplitud A, la frecuencia f, la velocidad v y la longitud de onda λ del movimiento ondulatorio.

Solución:

La amplitud es la mitad del desplazamiento vertical total; A = 0,25 cm. La frecuencia es 120 Hz. La velocidad de la onda es:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{90\ N}{0{,}25\ \frac{kg}{m}}} = 19\ \frac{m}{s}$$

La longitud de onda es: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{19\ \frac{m}{s}}{120\ Hz} = 16\ cm$

Problema 3

Para el problema anterior, escribir la ecuación de la onda, suponiendo que se mueve en el sentido +x y que en el tiempo t = 0 el extremo de la cuerda correspondiente a x = 0 esté en posición de equilibrio y = 0.

Solución:

Tomaremos como ecuación de la onda armónica que va hacia la derecha:

$$y = A \bullet \text{sen}\ (kx - \omega t - \theta_0)$$

Como necesitamos que y valga cero para cuando x = t = 0, reemplazando:

$$0 = A \bullet \text{sen}\ (-\theta_0) \qquad \rightarrow \qquad \theta_0 = 0°. \qquad \text{Luego:}$$

$$y = A \bullet \text{sen}\ (kx - \omega t)$$

Calculamos k y ω:

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{6{,}28}{16\ cm} = 0{,}39\ \frac{1}{cm}$ $\qquad \omega = 2\pi f = 6{,}28 \bullet 120\ Hz = 740\ \frac{1}{s}$

La ecuación de la onda es:

$$y = 0{,}25 \bullet \text{sen}\ (0{,}39 \bullet x - 740 \bullet t)$$

donde x e y están expresadas en cm y t en segundos.

20
Ondas estacionarias.

En la clase 19 estudiamos la propagación de pulsos y de ondas armónicas a lo largo de una cuerda, cómo éstas se reflejan al llagar al extremo vinculado de la cuerda y cómo aplicando el principio de superposición, componiendo la onda directa con la reflejada, puede obtenerse la onda resultante, en un proceso conocido con el nombre de interferencia.

En la clase de hoy estudiaremos la propagación de ondas a lo largo de una cuerda que se encuentra fija en sus dos extremos, de modo que tales ondas están confinadas dentro de un espacio unidimensional limitado. Este tema es importante porque es lo que ocurre en todo instrumento musical de cuerdas, donde cada una de ellas se encuentra fija por sus dos extremos. Y también vale para el caso de los instrumentos de viento (como el órgano y el clarinete) donde en sus tubos se producen reflexiones en ambos extremos.

Tanto en el caso de una cuerda fija en ambos extremos, como en un tubo de órgano, existen reflexiones en ambos extremos y hay ondas moviéndose en ambos sentidos. En estos casos, hay determinadas frecuencias para las cuales la interferencia da por resultado un esquema vibratorio muy particular al que se denomina onda estacionaria.

En qué consiste este esquema vibratorio muy particular, es algo que iremos descubriendo en el transcurso de esta clase. Para comenzar, buscaremos obtener la ecuación que le corresponde a una onda estacionaria y para ello aplicaremos el principio de superposición de efectos que establece que

$$y = y_1 + y_2$$

La ecuación de las ondas estacionarias.

El efecto producido en un lugar por 2 o más trenes de ondas se llama interferencia. Estudiaremos a continuación la interferencia producida por una onda viajera en una cuerda, con su onda reflejada. Supongamos que las ecuaciones de ambas ondas fueran:

$$y_1 = A\bullet\text{sen}\,(k\bullet x + \omega\bullet t)$$
$$y_2 = A\bullet\text{sen}\,(k\bullet x - \omega\bullet t)$$

o sea que ambas tienen la misma amplitud A, la misma frecuencia angular ω y la misma rapidez. Efectuando la suma algebraica:

$$y = A\bullet\text{sen}\,(k\bullet x + \omega\bullet t) + A\bullet\text{sen}\,(k\bullet x - \omega\bullet t)$$

En trigonometría existe una fórmula que permite convertir en producto la suma de los senos de dos ángulos; ella es:

$$\text{sen}\,\alpha + \text{sen}\,\beta = 2\bullet\text{sen}\left[\frac{\alpha+\beta}{2}\right]\cdot\cos\left[\frac{\alpha-\beta}{2}\right]$$

siendo: $\alpha = k\bullet x + \omega\bullet t$

$\beta = k\bullet x - \omega\bullet t$

Sumando m. a m. ambas igualdades, se obtiene que: $\frac{\alpha+\beta}{2} = k\bullet x$

Restando m. a m. ambas igualdades, se obtiene que: $\frac{\alpha-\beta}{2} = \omega\bullet t$

Aplicando esta identidad se obtiene:

$$y = 2\bullet A\bullet\text{sen}\,kx\bullet\cos\,\omega t \qquad (1)$$

La (1) es la ecuación de una onda estacionaria; en ella A representa la amplitud de cada una de las ondas viajeras que interfieren. Pero como se ve, la amplitud de la onda estacionaria es el doble de la amplitud de las ondas viajeras. La (1) podría escribirse así:

$$y = A_{st}\bullet\text{sen}\,kx\bullet\cos\,\omega t \qquad (1)$$

Una onda estacionaria se nos presenta con características diferentes a las de una onda viajera; así, mientras una onda viajera se propaga conservando la amplitud A constante acompañando su avance, en el caso de la onda estacionaria, la onda permanece fija en posición (no se la "ve" viajar), mientras que la amplitud varía. Esto se puede verificar matemáticamente a partir de la ecuación (1). Si consideramos un punto dado de la cuerda (o sea que x permanece fijo el factor sen kx tendrá también un valor fijo y la (1) se podría escribir así:

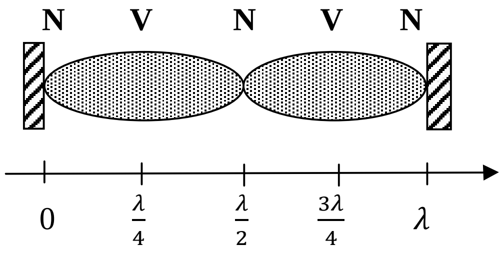
$$y = C\bullet\cos\,\omega t$$

Ello nos expresa que cada partícula x realiza en el tiempo un MAS. Y que todas las partículas hacen lo mismo, con la misma frecuencia ω. En síntesis:

En una onda estacionaria, la amplitud A tiene un valor diferente para cada partícula x de la cuerda. O sea: A = f(x).

Esta conclusión marca una primera diferencia entre ondas estacionarias y ondas viajeras. Una consecuencia de esto es que cuando uno observa una onda estacionaria en una cuerda, no reconoce que hay dos ondas recorriéndola simultáneamente con sentidos opuestos. El ojo no puede seguir tales movimientos y lo que aprecia es algo estático, como si estuviera contemplando una fotografía.

Nodos y vientres.



La figura representa uno de los modos posibles de visualización de una cuerda con una onda estacionaria. Los puntos indicados con N están siempre en reposo, tienen amplitud nula siempre. Tales puntos reciben el nombre de *nodos*.

A mitad de distancia entre dos nodos consecutivos hay una V; corresponden a puntos donde la amplitud es máxima siempre. Tales puntos reciben el nombre de *vientres* (o de antinodos).

Para el modo representado en el dibujo, en toda la extensión de la cuerda se aprecia una sola sinusoide. Podemos decir que la distancia entre extremos es precisamente λ. Si acomodamos un eje de referencia graduado en valores de λ, podemos sacar las siguientes conclusiones:

POSICIONES DE LOS NODOS.

Los nodos consecutivos están separados por media longitud de onda.

Sus posiciones son: x = 0•λ, ½ •λ, λ, ….. y en general: $x = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \lambda$ siendo n un número natural.

POSICIONES DE LOS VIENTRES.

Los vientres consecutivos están separados por media longitud de onda.

Sus posiciones son: $x = \frac{1}{4}\lambda,\ \frac{3}{4}\lambda,\ \frac{5}{4}\lambda, \dots$.. y en general $x = \left[\frac{2n+1}{4}\right]\lambda$ siendo n un número natural.

¿Qué sucede con la energía en una onda estacionaria? En el caso de las ondas viajeras, hemos estudiado que ellas transportan la energía de un lugar a otro; esto es posible porque la amplitud A viaja con ellas. Pero en las ondas estacionarias no sucede lo mismo. Los nodos, puntos inmóviles, se comportan como fronteras que no pueden ser cruzadas por la energía, la que queda atrapada entre nodo y nodo, sin posibilidad de transportarse. Esta es otra diferencia más entre las ondas estacionarias y las viajeras.

Resumiendo las diferencias entre ambas ondas:

	ONDAS VIAJERAS	ONDAS ESTACIONARIAS
La onda	viaja	se la ve en reposo
La amplitud A	no es función de x	A = f(x)
La energía	viaja y se transporta	no viaja.

Problema 1

Una cuerda vibra según la ecuación $y = 0{,}5 \cdot \text{sen}\left[\frac{\pi}{3}x\right] \cdot \cos 40 \cdot \pi \cdot t$ donde x e y están en cm y t en s. a) ¿Cuál es la amplitud y velocidad de las ondas componentes cuya superposición da origen a esta vibración? b) ¿Cuál es la distancia entre nodos? c) ¿Cuál es la velocidad de una partícula de la cuerda que está en la posición x = 1,5 cm cuando $t = \frac{9}{8}$ s?

Solución:

a) Por comparación entre la ecuación del enunciado y la ecuación (1) de las ondas estacionarias, surge que A = 0,25 cm. Por otro lado, $v = \frac{\omega}{k}$. ω y k se toman de la ecuación: $\omega = 40 \bullet \pi \frac{1}{s}$ $k = \frac{\pi}{3} \frac{1}{cm}$. Reemplazando resulta v = 120 cm/s

b) La separación entre dos nodos consecutivos es $\frac{\lambda}{2}$ donde $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 6\,cm$
Luego, la distancia entre nodos es de 3 cm.

c) Reemplazando los valores de x y de t en la ecuación, resulta:

$$y = 0{,}5 \bullet \text{sen } 90° \bullet \cos 180°.$$

Luego y = - 0,5 cm. La partícula se encuentra en un extremo de su recorrido; allí su velocidad es nula.

Reflexión de ondas.

Ya hemos estudiado que la forma en que se produce la reflexión de un pulso al llegar al extremo de la cuerda depende decisivamente de la forma con que la cuerda está sujetada al vínculo: si es fijo o si es libre.

1° CASO: EL EXTREMO ES FIJO.

Sabemos que en este caso el pulso se invierte. Si en vez de un pulso, fuera un tren de ondas, ocurriría lo mismo:

La reflexión en un extremo fijo hace que la onda reflejada sufra un desfasaje de 180° respecto de la onda incidente.

Esta oposición entre las ondas incidente y reflejada en el extremo fijo, hace que haya entre ellas, interferencia destructiva y que se genere un nodo. Luego:

En todo extremo fijo hay siempre un nodo.

2° CASO: EL EXTREMO ES LIBRE.

Sabemos que en este caso, un pulso no se invierte. Tampoco lo hace una onda armónica:

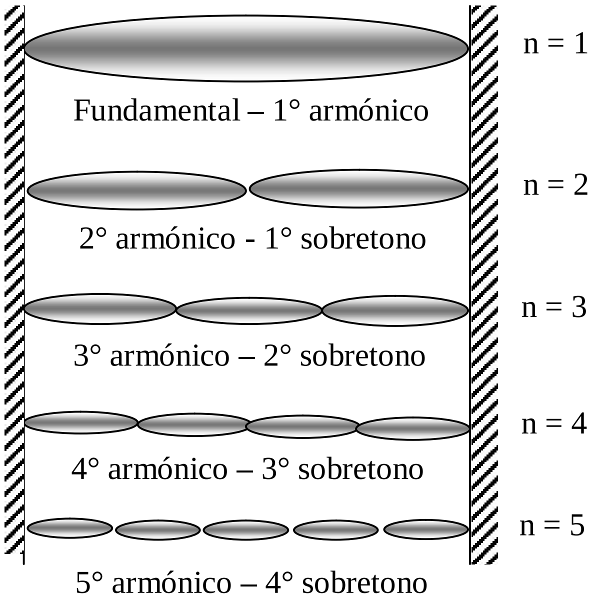
En la reflexión en un extremo libre, la onda no sufre cambio de fase.

A diferencia con lo que ocurre en un extremo fijo, ahora habrá interferencia constructiva y se generará un vientre.

En todo extremo libre hay siempre un vientre.

Vibración de una cuerda que tiene ambos extremos fijos.

Conforme a lo estudiado, deberá haber un nodo en cada extremo. Como la distancia entre dos nodos consecutivos es $\frac{\lambda}{2}$, la longitud de la cuerda deberá ser un múltiplo de $\frac{\lambda}{2}$. O dicho de otra manera, si la longitud de la cuerda fuera *l*, podrá haber ondas estacionarias para:



La menor frecuencia con que puede producirse una onda estacionaria se llama *frecuencia fundamental* (f_0). También para frecuencias múltiplo de ésta, será posible obtener ondas estacionarias. A todas estas frecuencias se las denomina armónicas, siendo la frecuencia fundamental, la primera armónica ($f_0 = f_1$).
Nótese que el número de armónico es igual a la cantidad de nodos (N) menos 1. Para calcular los valores de estas frecuencias, tomamos como punto de partida la relación $f = \frac{v}{\lambda}$ donde la velocidad v es la misma para todas las frecuencias, y completamos el siguiente cuadro de cálculo:

Frecuencia	Longitud (*l*)	Despeje de λ	Reemplazo en $f = \frac{v}{\lambda}$
Fundamental o 1° armónico	$l = \frac{\lambda}{2}$	$\lambda = 2 \cdot l$	$f_0 = f_1 = \frac{v}{2 \cdot l} = 1 \cdot f_0$
2° armónico	$l = \lambda$	$\lambda = l$	$f_2 = \frac{v}{l} = 2 \cdot f_0$
3° armónico	$l = \frac{3\lambda}{2}$	$\lambda = \frac{2 \cdot l}{3}$	$f_3 = \frac{3 \cdot v}{2 \cdot l} = 3 \cdot f_0$
4° armónico	$l = 2 \cdot \lambda$	$\lambda = \frac{l}{2}$	$f_4 = \frac{2 \cdot v}{l} = 4 \cdot f_0$
5° armónico	$l = \frac{5\lambda}{2}$	$\lambda = \frac{2 \cdot l}{5}$	$f_5 = \frac{5 \cdot v}{2 \cdot l} = 5 \cdot f_0$
Enésimo armónico			$f_n = n \cdot f_0$

Nótese que están presentes todos los armónicos y en este caso n representa la sucesión de los números naturales a partir del 1 y determina el número de armónico.

Podemos apreciar una diferencia fundamental entre un sistema constituido por una masa y un resorte y una cuerda vibrante. El primero posee una sola frecuencia propia [$f = \frac{1}{2 \cdot \pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$] mientras el segundo posee infinitas frecuencias propias: las de sus infinitos armónicos. Así, cuando se golpea una cuerda de un instrumento musical, no solo están presentes en el sonido emitido el correspondiente a f_0, sino también todos aquellos armónicos que el oído nos permita percibir.

Problema 2.

Una cuerda de acero de 1 metro de longitud y densidad $\rho = 8000 \frac{kg}{m^3}$ está tensa entre dos soportes rígidos. Cuando oscila con su frecuencia fundamental: $f_0 = 200$ Hz, a) ¿cuál es la velocidad transversal de las ondas en dicha cuerda? b) ¿cuánto vale el esfuerzo de tracción T de la cuerda, en $\frac{N}{m^2}$?

Solución:

Comenzar por hacer notar que T no es una fuerza sino un esfuerzo; por eso se una ρ y no μ.

Para la frecuencia fundamental es λ = 2•*l* = 2 m.

a) v = λ• f_0 = 2 m•200 Hz = 400 m/s.

b) Despejando T de v = $\sqrt{\frac{T}{\rho}}$ → T = v^2•ρ = (400 m/s)^2•(8000 kg/m^3) = 1,28x10$^9\frac{N}{m^2}$

Problema 3.

Una cuerda de piano de *l* = 50 cm y m = 5 g está sometida a una fuerza de 400 N. Hallar a) la frecuencia f_0 de la vibración fundamental. b) El número del armónico más alto que puede ser oído por una persona capaz de percibir frecuencias de hasta 10.000 Hz.

Solución:

Inercia de la cuerda: $\mu = \frac{m}{l} = \frac{0{,}005\ kg}{0{,}5\ m} = 0{,}01\ \frac{kg}{m}$

$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{400\ N}{0{,}01\ {kg}/{m}}} = 200\ \frac{m}{s}$

a) Para la frecuencia fundamental es λ = 2•*l* = 1 m

$f_0 = \frac{v}{\lambda} = \frac{200\ {m}/{s}}{1\ m}$ = 200 Hz

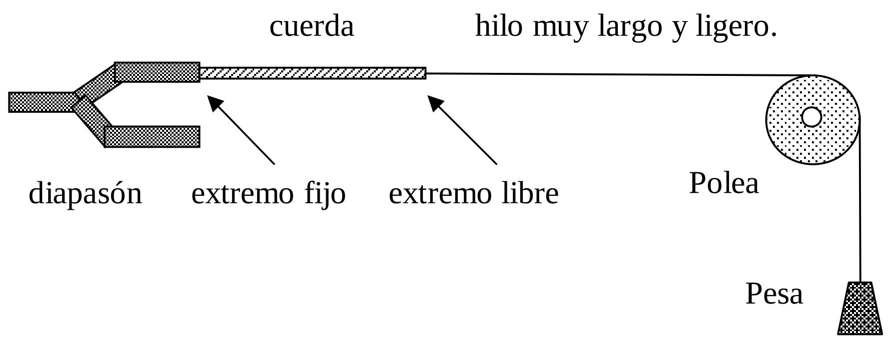
b) Tomando la fórmula generalizada: fn = n• f_0 y despejando:

$n = \frac{f_n}{f_0} = \frac{10.000}{200} = 50$

La persona puede percibir hasta el armónico N° 50.

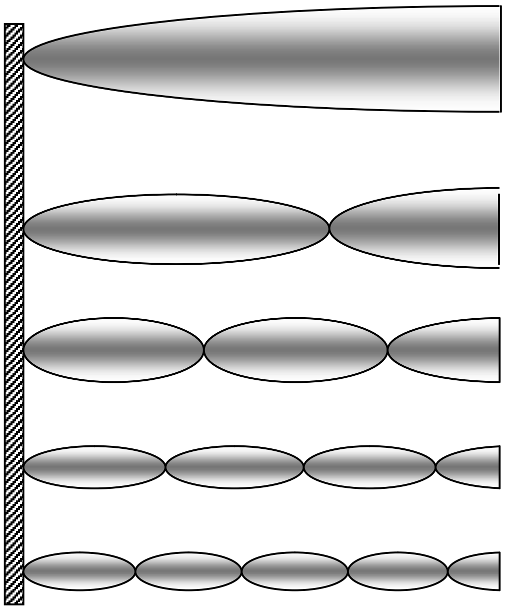
Vibración de una cuerda que tiene un extremo fijo y otro libre.

En la práctica una cuerda con sus extremos, uno fijo y el otro libre como indica el título, puede lograrse armando el dispositivo de la figura:



Cuando las ondas se reflejan, se invierte en el extremo fijo (diapasón), pero no en el extremo libre.

En la próxima página se muestra los modos correspondientes a la frecuencia fundamental y a sus nueve primeros armónicos.



Para calcular las frecuencias de las distintas armónicas, desarrollamos un cuadro de cálculo, en la misma forma que en el caso anterior:

Frecuencia	Longitud (l)	Despeje de λ	Reemplazo en f = $\frac{v}{\lambda}$
Fundamental o 1° armónico	$l = \frac{1 \cdot \lambda}{4}$	$\lambda = 4 \bullet l$	$f_0 = f_1 = \frac{1 \cdot v}{4 \cdot l} = 1 \bullet f_0$
3° armónico	$l = \frac{3 \cdot \lambda}{4}$	$\lambda = \frac{4 \cdot l}{3}$	$f_3 = \frac{3 \cdot v}{4 \cdot l} = 3 \bullet f_0$
5° armónico	$l = \frac{5 \cdot \lambda}{4}$	$\lambda = \frac{4 \cdot l}{5}$	$f_5 = \frac{5 \cdot v}{4 \cdot l} = 5 \bullet f_0$
7° armónico	$l = \frac{7 \cdot \lambda}{4}$	$\lambda = \frac{4 \cdot l}{7}$	$f_7 = \frac{7 \cdot v}{4 \cdot l} = 7 \bullet f_0$
9° armónico	$l = \frac{9 \cdot \lambda}{4}$	$\lambda = \frac{4 \cdot l}{9}$	$f_9 = \frac{9 \cdot v}{4 \cdot l} = 9 \bullet f_0$
Enésimo armónico			$f_n = n \bullet f_0$

Como se ve, los armónicos pares están ausentes y en este caso n representa a la sucesión de los números impares.

Ondas estacionarias en una columna de aire.

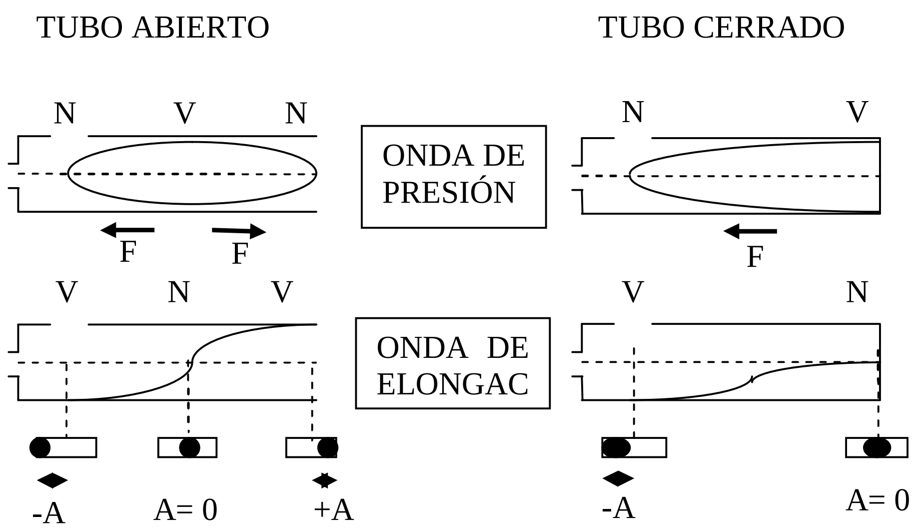
Recordemos que mientras las ondas que se propagan en cuerdas son ondas transversales, las que lo hacen en el aire, son ondas longitudinales. No obstante esta diferencia, tanto unas como otras, cuando se reflejan en los extremos (de la cuerda o del tubo), lo hacen en forma análoga. También es análoga la interferencia entre las ondas que se propagan en sentidos opuestos, y también es análoga la circunstancia de que las ondas estacionarias que se generan tanto en cuerdas como en tubos de aire, poseen un número infinito de frecuencias propias. También hay analogía en la cantidad de casos a considerar; así como en cuerdas teníamos dos casos (cuerda con ambos extremos fijos y cuerda con un extremo fijo y otro libre), en las columnas de aire hay dos casos (tubo abierto en ambos extremos y tubos con un extremo abierto y el otro cerrado). Ambos casos de ondas estacionarias en tubos, pueden estudiarse siguiendo pasos similares a los utilizados en cuerdas.

Simplificando el lenguaje, llamaremos simplemente *tubo abierto* al que tiene ambos extremos abiertos; y llamaremos simplemente *tubo cerrado* al que tiene un extremo cerrado y el otro abierto.

Diferencia entre cuerdas y tubos de aire: En las primeras hacíamos un único tipo de representación gráfica (los diagramas de elongación y = f(x)). En los tubos de aire podemos hacer dos tipos de gráficos: de elongación (mostrando cuánto se desplazan las moléculas del aire ante el paso de la onda en cada lugar) y de presión (mostrando cómo varía la presión en el aire ante el paso de la onda, en cada lugar; se llama *onda de presión* p = f(x)).

Se nos presenta una dificultad práctica al intentar trazar los gráficos de elongación; mientras en las ondas transversales, las elongaciones "y" son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda, lo que facilita su representación en un diagrama cartesiano x;y, en las ondas longitudinales las elongaciones "y" tienen la misma dirección en que se propaga la onda. Por eso, para dibujar las ondas de elongación en columnas de aire, se procede a girar en sentido antihorario 90° a la elongación y poder así mostrarla en un diagrama cartesiano, perpendicular a x.

ONDAS DE PRESIÓN Y DE ELONGACIÓN EN TUBOS ABIERTOS Y CERRADOS.



En el extremo abierto del tubo, por encontrarse en contacto con la atmósfera, la presión en el tubo tiene que tener el valor de la presión atmosférica. Nunca podrá ser otro valor. Por lo tanto, en la onda de presión tenemos un nodo.

Por otra parte, entre dos nodos consecutivos, y equidistante de ellos, siempre tiene que haber un vientre. Si el tubo es cerrado, la mayor presión (vientre) se tendrá siempre en el extremo cerrado. Estas consideraciones justifican la forma de la onda de presión, tanto en el tubo abierto como en el cerrado.

Para razonar la forma de la curva de elongación, considerar que las fuerzas van siempre del lugar de mayor presión al de menor presión, es decir del vientre de presión hacia el nodo de presión. Estas fuerzas desplazan las moléculas del medio, de su posición de equilibrio promedio, en los sentidos que se muestran en el dibujo; esos desplazamientos, girados 90° permiten trazar la curva de elongación, tanto en el caso del tubo abierto como en el cerrado.

Resumiendo las observaciones anteriores podemos decir que en tubos de aire,

En el extremo:	La onda de presión tiene:	La onda de elong. tiene:
…abierto	nodo	vientre
…cerrado	vientre	nodo

Haciendo una analogía entre cuerdas y tubos de aire, podemos decir que un tubo abierto se comporta de manera análoga a una cuerda con sus dos extremos fijos, mientras que un tubo cerrado guarda analogía con la cuerda que tiene un extremo fijo y otro libre.

En las figuras de la página anterior solo se han representado los modos fundamentales para ambos tipos de tubos; pero a ellos pueden agregarse los correspondientes a sus armónicos, como se hizo con las cuerdas. Los cuadros de cálculo para obtener la expresión de f_n, hechos en cuerdas, son válidos también aquí, por lo que podemos poner:

En tubos de aire, $f_n = n \bullet f_0$. Si el tubo es abierto, n = número natural y $f_0 = \frac{v}{2 \cdot l}$

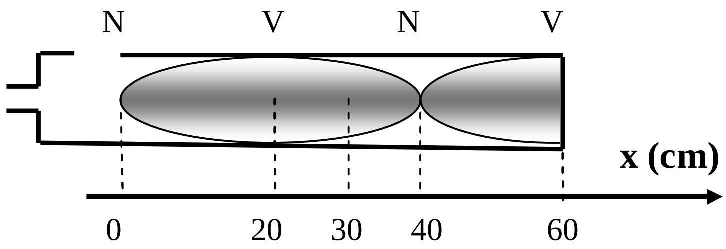
Si el tubo es cerrado, n = número impar y $f_0 = \frac{v}{4 \cdot l}$

Problema 4.

Un tubo de órgano cerrado de 60 cm de longitud es recorrido interiormente por ondas estacionarias de λ = 0,80 m. a) Graficar la onda de presión e indicar las posiciones correspondientes a nodos y vientres. b) Si la amplitud es A = 10^{-6} cm, ¿cuál será la elongación "y" de una partícula del aire ubicada en el centro del tubo?

Solución:

a)



b) $\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} = \frac{\theta}{x} \Rightarrow \frac{360°}{0,80} = \frac{\theta}{0,30} \Rightarrow \theta = 135°$

$y = A \bullet \text{sen}\,\theta = (10^{-6}\text{ cm}) \bullet \text{sen}\,135° = 7,1 \text{x} 10^{-7}\text{ cm}$

Problema 5.

Hallar los 4 primeros armónicos de un tubo de 0,20 m, a) si es abierto; b) si es cerrado; c) ¿Cuántos armónicos puede percibir una persona de oído normal en cada caso? Considerar v = 340 m/s y máxima frecuencia audible 20.000 Hz.

Solución:

a) $f_0 = f_1 = \frac{v}{2 \cdot l} = \frac{340}{2 \cdot 0,20} = 850\,Hz$

$f_2 = 2 \bullet f_0 = 1700$ Hz $\quad f_3 = 3 \bullet f_0 = 2550$ Hz $\quad f_4 = 4 \bullet f_0 = 3400$ Hz

$n = \frac{f_n}{f_0} = \frac{20.000}{850} = 23 \quad \textit{Se perciben los 23 primeros armónicos.}$

b) $f_0 = f_1 = \frac{v}{4 \cdot l} = \frac{340}{4 \cdot 0,20} = 425\ Hz$

$f_3 = 3 \cdot f_0 = 1275$ Hz $\qquad$ f_2 y f_4, ausentes.

$n = \frac{f_n}{f_0} = \frac{20.000}{425} = 47$ *Se perciben los 47 primeros armónicos.*

21
Acústica

ACÚSTICA es la parte de la Física que trata sobre la producción y propagación del sonido, así como de su relación con nuestro sentido del oído.

Esta definición puntualiza que deberemos ocuparnos de 3 aspectos: producción, propagación (ambas, partes objetivas) y de su relación con el oído (una parte subjetiva). En realidad mucho de esto se ha venido estudiando en clases anteriores y ahora solo nos limitaremos a recordar las conclusiones.

Las ondas sonoras son ondas ***mecánicas***, es decir que necesitan de un medio material para poder propagarse; ellas no se transmiten en el vacío.

Las ondas sonoras son ***longitudinales***, es decir que las partículas del medio se desplazan en la misma dirección en que se propaga la onda.

El medio por el que se propagan las ondas, puede ser cualquiera: gaseoso, líquido o sólido, pero el valor de la velocidad de propagación dependerá de cada medio. En el aire, esta velocidad es de 340 m/s, valor que puede variar ligeramente según las condiciones atmosféricas y la composición del aire. En general, en los medios líquidos esta velocidad es mayor y en los sólidos, mucho mayor aún.

Todos los elementos vibrantes comprimen el aire que los rodea en un movimiento hacia adelante, y lo rarifican en un movimiento hacia atrás. El aire transmite estas perturbaciones como una onda a partir de la fuente. Al llegar al oído, las ondas producen la sensación del sonido. Las formas de ondas que sean aproximadamente periódicas, o que estén compuestas por un número pequeño de componentes casi periódicas, producirán a menudo una sensación placentera (si la intensidad no es demasiado grande) como por ejemplo los sonidos musicales. El sonido cuya forma de onda no es periódica se oye como ruido. ***Ruido*** es todo sonido indeseable.

La ecuación de una onda armónica es: $y(x;t) = A\bullet \text{sen}\,(kx - \omega t)$

Generalmente en acústica es más conveniente tratar con ondas de presión que con ondas de elongación; por lo tanto adaptaremos la ecuación de la onda armónica para escribirla en términos de presión:

$$p\,(x;t) = P\bullet \text{sen}\,(k\bullet x - \omega\bullet t) \qquad (1)$$

donde P (amplitud de presión) = $k\bullet\rho\bullet v^2\bullet A = \rho\bullet v\bullet\omega\bullet A$ (2)

siendo: k (número de onda) $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

ρ (densidad del aire) $\rho = 1{,}20\,\frac{kg}{m^3}$

v (velocidad del sonido) v = 340 m/s

A (amplitud de la onda sonora)

Problema 1.

La máxima variación de presión P que puede tolerar el oído en los sonidos fuertes, es de unos 28 Pa. Calcular el desplazamiento máximo (A) correspondiente para una onda sonora en el aire que tenga una frecuencia de 1.000 Hz.

Solución:

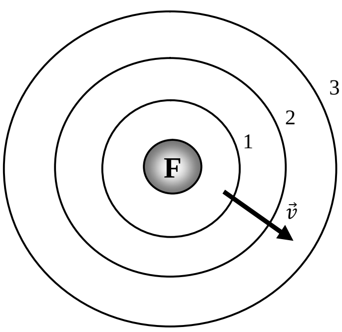
Cálculos previos: $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340\ {}^{m}/_{s}}{1.000\ Hz} = 0{,}34\,m$

$k = \frac{2\cdot\pi}{\lambda} = \frac{6{,}28}{0{,}34\ m} = 18{,}47\ {}^{1}/_{m}$

De la (2): $A = \frac{P}{k\cdot\rho\cdot v^2} = \frac{28\ Pa}{18{,}47\cdot 1{,}20\cdot 340^2} = 1{,}1x10^{-5}\,m$

Este resultado nos enseña que las amplitudes de los sonidos más ruidosos están en el orden de la centésima de milímetro.

Potencia e intensidad de la onda.



La figura muestra una fuente sonora F; desde ella se propagan en todas las direcciones ondas, y ellas transportan energía. Esta energía es provista por la fuente en el tiempo, por lo que podemos decir que la fuente sonora posee una cierta potencia (P) siendo:

$$P = \frac{energía}{tiempo} = \frac{W}{t} \quad \left[\frac{Joule}{s}\right] = W\ (watt)$$

Las ondas que emanan de la fuente son esferas en continua expansión, cuyo radio crece con la velocidad del sonido. Por lo tanto, toda la energía invertida en producir en la fuente un sonido determinado, se distribuye sobre una esfera y comienza a debilitarse a medida que la superficie de dicha esfera va creciendo. Recordar que la superficie de una esfera se calcula con la fórmula: $A = 4\bullet\pi\bullet R^2$.

Se define ***intensidad de onda*** (I) como la potencia emitida por la fuente, por unidad de superficie.

$$I = \frac{P}{A}\ \left[\frac{W}{m^2}\right] \quad \rightarrow \quad I = \frac{W}{A \cdot t}$$

…por lo que también podemos definir la intensidad de onda I como la energía transportada por la onda, por unidad de tiempo y de superficie.

Nótese que en la figura, la potencia es la misma en 1, 2, 3, etc pero la intensidad de onda disminuye: $I_1 > I_2 > I_3 >$ etc.

Supongamos que la fuente sonora fuera una mosca produciendo un fuerte zumbido (potencia). Según acabamos de ver, la intensidad de la onda decrece con la distancia a la mosca. No debemos confundir la intensidad de la onda con la intensidad del sonido que nuestro oído percibe; en forma aproximada puede considerarse que la energía que llega a nuestra oreja y que es capaz de producirnos el sonido del zumbido de la mosca, es la energía que está contenida en un área de tan solo 1 cm^2; un área de 1 cm^2 es insignificante cuando se la compara con el área total de la esfera que tiene por radio la distancia mosca-oreja. Así por ejemplo, a una distancia de 1,80 m el área de la esfera vale más de 4×10^5 cm^2; o sea que nuestro oído percibe el zumbido de la mosca con solo recibir la fracción $\frac{1}{400.000}$ de la potencia de la mosca; (en realidad la fracción es menor aún, si se toman en cuenta las pérdidas de energía que siempre existen). Esto nos da idea de la extraordinaria sensibilidad del oído humano.

La intensidad de la onda puede expresarse en función de las variaciones de presión, ya que la circulación de energía en la unidad de tiempo es proporcional al cuadrado de la variación de presión. La relación matemática es:

$$I = \frac{P_{máx}^2}{2 \cdot \rho \cdot v}$$

donde $P_{máx}$ representa la amplitud de presión. y tiene una expresión dada por la (2).

También puede deducirse una expresión para la intensidad de onda en función de A:

$$I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v \cdot \omega^2 \cdot A^2 \qquad I = 2 \cdot \rho \cdot v \cdot (\pi \cdot A \cdot f)^2 \qquad (3)$$

La (3) pone de manifiesto algo muy importante; en ella 2, ρ, v y π son constantes; la intensidad de la onda solo depende de dos cosas: la amplitud y la frecuencia. O sea que I es proporcional al cuadrado de la amplitud y al cuadrado de la frecuencia. Esto es una propiedad que poseen todas las ondas armónicas.

PREGUNTA: Dos diapasones producen ondas sonoras en el aire, de la misma amplitud. Uno de ellos tiene una frecuencia $f_1 = 256$ Hz y el otro una $f_2 = 512$ Hz. ¿Cuál de ellos origina el sonido más fuerte, o sea de mayor intensidad, y cuánto vale la relación de intensidades entre ambos sonidos?

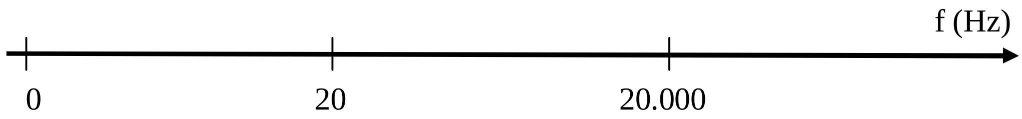
RESPUESTA: El segundo diapasón origina el sonido más fuerte. La relación de intensidades es: $\frac{I_2}{I_1} = 4$.

Características del sonido.

Todo sonido posee tres características: Frecuencia, también llamada altura o tono; timbre e intensidad.

Frecuencia:

El intervalo de frecuencias en las que pueden generarse las ondas mecánicas es muy amplio; dentro de este amplio rango se encuentran las ondas sonoras; ellas están restringidas al intervalo de frecuencias que pueden estimular al oído y al cerebro humanos para darle la sensación de sonido. Este intervalo va desde 20 Hz hasta 20.000 Hz y se llama ***intervalo audible***. Se dice que una onda mecánica longitudinal cuya frecuencia sea menor que la del límite inferior del intervalo audible es una ***onda infrasónica*** y si su frecuencia es mayor que la del límite superior del intervalo audible, se conoce como una ***onda ultrasónica***.



Ondas infrasónicas	Intervalo audible	Ondas ultrasónicas
Grandes fuentes (terremotos)	Cuerdas vibrantes Columnas de aire Membranas vibrantes	Vibraciones elásticas de cristales de cuarzo.

Podemos definir la frecuencia como aquella característica por la cual el oído le asigna un lugar en la escala musical. Al pulsar una cuerda tensa se emite un sonido de una frecuencia dada; si se aumenta la tensión de la cuerda, la frecuencia aumenta, el sonido se hace más agudo. Si se disminuye la tensión de la cuerda, la frecuencia disminuye y el sonido se hace más grave.

Los valores de las frecuencias extremas que determinan el intervalo audible varían considerablemente de un individuo a otro y en particular el límite superior disminuye con la edad del individuo.

La palabra comprende un rango que va de 100 a 8.000 Hz; la música de una orquesta comprende un rango de 40 a 14.000 Hz.

Los límites del intervalo audible son muy variables en los distintos animales; así el perro escucha sonidos de hasta 50.000 Hz (silbato ultrasónico para perros); los murciélagos perciben sonidos hasta la frecuencia de 100.000 Hz, frecuencias que emplean en su sistema de orientación que funciona de manera similar al radar, ya que son ciegos.

Timbre:

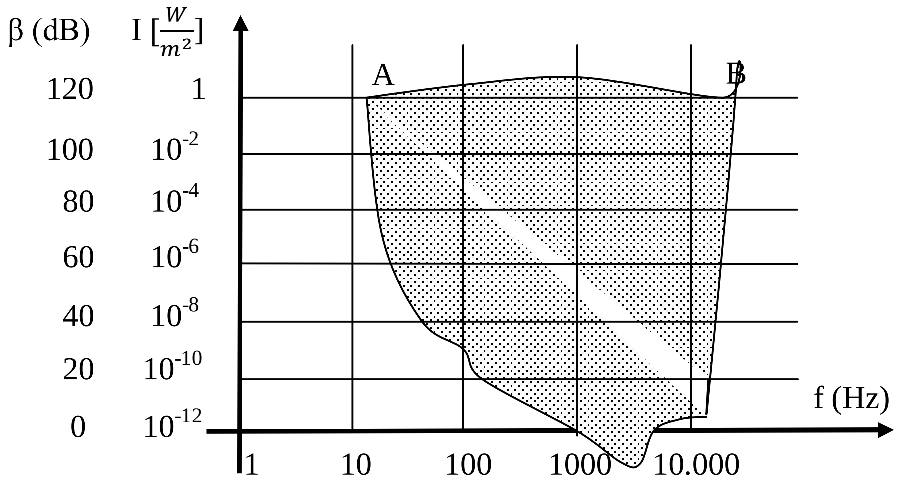
Esta es otra característica del sonido; tiene que ver con la complejidad de la onda sonora que llega al oído. Ocurre que salvo el diapasón, que es el único instrumento que vibra con una frecuencia única, cualquier instrumento musical emite un sonido constituido por una mezcla de varias frecuencias, de forma más o menos compleja. La complejidad está regida por la cantidad e intensidad relativa de los armónicos presentes (un sonido de violín puede contener más de 10 armónicos). El timbre hace que podamos distinguir fácilmente una misma nota, si es ejecutada en un piano o en un clarinete, por ejemplo, o que podamos diferenciar la voz de Juana de la voz de Laura.

Intensidad:

Esta característica del sonido ya ha sido tratada; está ligada a la cantidad de energía comprometida en la emisión de un sonido, y ello determina la amplitud de la onda; un sonido de poca intensidad tiene una amplitud pequeña.

El sonido y su relación con el oído.

Nos referiremos a continuación al tercer aspecto que trata la acústica, conforme con lo expresado al comienzo de la clase. La sensibilidad del oído no es plana, respecto de la frecuencia; es decir que no es igual para todas las frecuencias del intervalo audible. Un oído normal tiene su máxima sensibilidad para frecuencias comprendidas entre 2.000 y 4.000 Hz. La gráfica muestra cómo varía la sensibilidad del oído frente a las distintas frecuencias de sonido. Cabe destacar que la curva que se muestra es suave porque representa la media para una población de muchos individuos, pero que las curvas individuales presentan numerosos picos y valles.



El arco superior, desde A hasta B representa el límite superior, momento en que el sonido, por su gran intensidad convierte la audición en una sensación dolorosa y no se oye; este límite está en el orden de 1 $\frac{W}{m^2}$. Solamente dentro de la zona grisada, se tiene sensación de audibilidad. El arco inferior, desde A hasta B representa el límite inferior, donde la intensidad de la onda en el oído es increíblemente pequeña: 10^{-12} $\frac{W}{m^2}$. La relación entre estos valores extremos de intensidad vale un billón, valor que ilustra acerca del extraordinario rango de respuesta que posee nuestro oído.

Nivel de intensidad (β).

Hasta ahora hemos hablado de intensidad sonido (I); hemos visto que ella es proporcional al cuadrado de la amplitud y al cuadrado de la frecuencia de la onda. La intensidad de onda expresa un valor objetivo, es decir que está más allá de cómo lo perciba cada individuo. Pero a continuación presentaremos otra magnitud, ***el nivel de intensidad (β)***, que a diferencia de la anterior, es una cantidad subjetiva de la que podríamos decir que expresa no lo que es, sino lo que parece ser.

Existe una ley aproximada en medicina, conocida como la ley de Fechner (Fechner es reconocido como el fundador de la Psicofísica y publicó esta ley en 1860) que establece que la magnitud de una sensación es proporcional al logaritmo de la intensidad:

$$S = k \cdot \log I$$

donde S = Magnitud de la sensación sonora.

I = Intensidad de la onda

Esta ley es aplicable a cualquiera de los sentidos humanos, sea vista, tacto, oído, etc. Sin embargo la fórmula tal como acabamos de presentarla es incorrecta, ya que no es posible calcular el logaritmo de un número que posee unidades; por eso, para adimensionalizarlo, se reemplazó I por $\frac{I}{I_0}$ quedando finalmente:

$$S = k \cdot \log \frac{I}{I_0} \qquad (4)$$

siendo I_0 la intensidad de la onda en el nivel de referencia (umbral inferior). El valor de I_0 es $10^{-12}\ \frac{W}{m^2}$

Si en la (4) se lleva k al primer miembro, al cociente formado $\left(\frac{S}{k}\right)$ se le da el nombre de nivel de intensidad, y se representa con β. Antiguamente, la unidad en que se expresaba β recibió el nombre de Bel en homenaje a Graham Bell cuyos estudios acerca del sonido son bien conocidos.

$$\left(\frac{S}{k}\right) = \beta\ (\text{Bel}) = \log \frac{I}{I_0} \qquad (5)$$

Pero ocurrió que para el uso cotidiano, esta unidad resultó ser muy grande y por lo tanto, poco práctica. Por esa razón se la reemplazó por un submúltiplo, el decibel (dB) que es la unidad que se utiliza actualmente. De modo que:

$$\frac{\beta\ (dB)}{\beta\ (Bel)} = 10 \quad \rightarrow \quad \beta\ (dB) = 10 \cdot \beta\ (Bel)$$

E ingresando la (5) en ella, finalmente nos queda:

$$\beta\ (dB) = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \qquad (6)$$

Si en la (6) se desea despejar I, aplicando la definición de logaritmo, se obtiene que:

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}} \qquad (7)$$

Se puede demostrar que 1 decibel equivale a una variación de intensidad del 26% y en la práctica representa la mínima variación de intensidad que puede reconocer el oído. La demostración es la siguiente:

Sea I_1 la intensidad de un sonido que en dB tiene un nivel: $I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}}$ (8)

y sea I_2 la de otro sonido que en dB vale (β + 1): $I_2 = I_0 \cdot 10^{\frac{\beta+1}{10}}$ (9)

Dividiendo:

$$\frac{(9)}{(8)} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_0 \cdot 10^{\frac{\beta+1}{10}}}{I_0 \cdot 10^{\frac{\beta}{10}}} = 10^{\left[\frac{\beta+1}{10} - \frac{\beta}{10}\right]} = 10^{0,1}$$

Luego: $I_2 = I_1 \cdot 10^{0,1} = 1{,}26 \cdot I_1$

I debe incrementarse en un 26 % para que β se incremente en una unidad. En el gráfico de la página anterior, se tiene una columna con los valores de β (dB), calculados utilizando la (6).

Niveles de intensidad de algunos sonidos comunes (en dB)

Umbral de audición	0 dB	
Respiración normal	10	Escasamente audible
Biblioteca / Hogar tranquilo	40	Muy suave
Oficina tranquila	50	Suave
Conversación normal a 1 m	60	
Tránsito pesado / Esquina	70	
Oficina ruidosa / Fábrica común	80	La exposición constante hace peligrar el oído.
Tren subterráneo	100	
Concierto de rock con amplif. a 1 m	120	
Despegue de avión a reacción a 60 m	130	Umbral de dolor.
Martillo neumático/Ametralladora	130	
Despegue de un avión a reacción próximo	150	

Problema 2.

Una pequeña fuente sonora irradia energía acústica uniformemente en todas direcciones con una potencia de 1,5 W. Hallar la intensidad y el nivel de intensidad en un punto a 25 m de la fuente si: a) no hay absorción; b) a lo largo del camino de 25 m hay una absorción del 10 %.

Solución:

a) $I = \frac{P}{A} = \frac{1{,}5\ W}{4 \cdot \pi \cdot (25\ m)^2} = 1{,}9x10^{-4}\ \frac{W}{m^2}$

$$\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \cdot log\left(\frac{1{,}9x10^{-4}}{1x10^{-12}}\right) = 82{,}78\ dB$$

b) $I = 0{,}9 \cdot 1{,}9x10^{-4}\ \frac{W}{m^2} = 1{,}7x10^{-4}\ \frac{W}{m^2}$

$$\beta = 10 \cdot log\left(\frac{1{,}7x10^{-4}}{1x10^{-12}} = 82{,}33\ dB\right)$$