28
Giróscopos y precesión

En lo que va del curso, hemos estudiado diferentes movimientos: traslación y rotación; dentro de esta última, hemos considerado distintas variantes: con eje fijo y con eje que se traslada paralelamente a sí mismo. Aún nos queda por ver el caso en que el eje de rotación cambia de dirección, es decir cuando el eje de rotación a su vez también rota.

La figura 1 nos muestra un volante, con su eje horizontal que se toma por uno de sus extremos a un pivote.

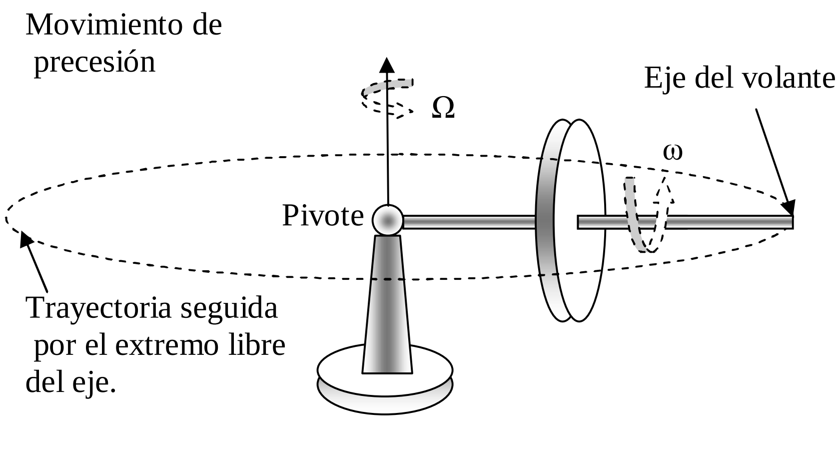

Figura 1

Supongamos primero que el volante no está girando; si lo sostenemos con el eje del volante horizontal y lo soltamos, el extremo libre del eje cae debido a la gravedad. Supongamos ahora que el volante gira; lo que habrá de suceder es muy distinto; mientras el volante continúa girando alrededor de su eje, éste comienza a realizar un MCU en el plano horizontal. Este sorprendente movimiento del eje, no intuitivo, se denomina **precesión**. La precesión se observa en la naturaleza no solo en trompos, ruedas y giróscopos. En este momento la Tierra misma está en precesión: su eje de rotación (que pasa por los polos) cambia lentamente de dirección, como veremos después.

Para estudiar el fenómeno de la precesión, debemos tener presente que $\vec{\omega}$, $\vec{\Gamma}$ y $\vec{L}$ son cantidades vectoriales. También recordar las relaciones:

$$\vec{\Gamma} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad (1)$$

$$\vec{\Gamma} = \vec{R} \wedge \vec{F} \qquad (2)$$

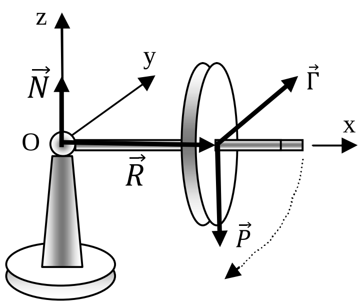

Figura 2

La figura 2 nos ayuda a comprender el caso en que el volante no gira. El eje del volante está en el eje x; las únicas fuerzas externas que actúan son la reacción normal $\vec{N}$ en el pivote y el peso $\vec{P}$ del volante, en su centro de masa. El centro de masa queda ubicado por el vector posición $\vec{R}$ que tiene su origen en el pivote. Respecto del pivote, $\vec{R}$ no produce torca, pero sí la produce la fuerza peso, y ella es la que hace que el volante caiga en una trayectoria circular hasta que su eje toque el piso. L = 0, porque el volante no gira sobre su eje; sin embargo, debido a la rotación que produce su caída hacia el piso, aparece un L que va creciendo en módulo en tanto crece el tiempo que dura dicha caída. La ecuación (1) escrita así:

$$d\vec{L} = dt \cdot \vec{\Gamma} \qquad (3)$$

nos muestra que los incrementos $d\vec{L}$ tienen la misma dirección y sentido que $\vec{\Gamma}$. Resumiendo, $L_{inicial} = 0$ y L_{final} tiene la dirección del vector $\vec{\Gamma}$. Si aplicamos la relación

$$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$$

al ir aumentando L el eje girará hacia abajo con rapidez angular creciente.

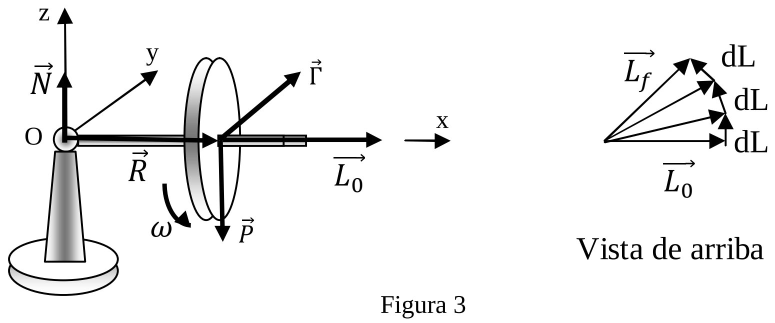

Figura 3

La figura 3 nos muestra qué sucede si inicialmente el volante se encuentra girando ($L_0 \neq 0$); $\overrightarrow{L_0}$ tiene en la figura, la dirección del eje x. Al cabo del primer dt habrá aparecido (igual que antes) un $d\vec{L}$ perpendicular al eje; pero a diferencia de antes, ahora habrá que sumar $\vec{L}$ con $d\vec{L}$ con lo que el nuevo $\vec{L}$ resultante presentará un cambio de dirección (no de módulo) con respecto al $\vec{L}$ inicial. En el dt siguiente volverá a ocurrir lo mismo y así sucesivamente, con lo cual finalmente veremos, como se muestra en la vista de arriba, al $\vec{L}$ girando en el plano horizontal x;y. Junto con $\vec{L}$ gira el eje del volante, siempre en el plano horizontal; en otras palabras, el eje del volante ya no se "cae" como ocurría en el caso anterior. Este movimiento del eje se llama **precesión**.

Rapidez angular de precesión. (Ω)

Cuando un objeto tiene precesión, su vector $\vec{L}$ gira con MCU con una velocidad angular de módulo constante a la que llamaremos Ω (Omega mayúscula). Para obtener su expresión matemática, consideraremos uno de los pequeños triángulos rectángulos que tienen por catetos a L y a dL en la vista de arriba de la figura 3. (Fig 4)

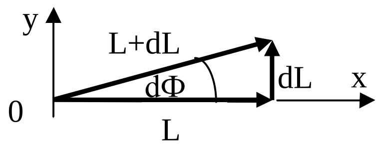

Figura 4

$$\Omega = \frac{d\Phi}{dt} \qquad (4)$$

donde $d\Phi = \frac{dL}{L}$ relación válida por ser un ángulo muy chico, donde su valor en radianes es prácticamente igual al valor de su tangente trigonométrica. Reemplazando dL por la (3):

$$d\Phi = \frac{\Gamma \cdot dt}{L}$$

Llevando esta expresión a la (4), resulta:

$$\Omega = \frac{\Gamma}{L} = \frac{Momento\ de\ la\ cupla}{Momento\ angular\ del\ cuerpo\ que\ rota} \qquad (5)$$

En el caso del volante que venimos considerando, la Γ está dada por la (2) y como R y F son perpendiculares, el módulo de Γ es directamente: R•F. Como F es el peso del volante, es: Γ = R•m•g. El denominador es: L = r•m•v. Reemplazando estas expresiones en la (5) y simplificando, queda:

$$\Omega = \frac{R \cdot g}{r \cdot v} \qquad (6)$$

En esta expresión es R = distancia desde el pivote hasta el centro de masa,
r = radio del volante

Si se hace el reemplazo v = ω·r la (6) también puede escribirse así:

$$\Omega = \frac{R \cdot g}{\omega \cdot r^2} = \frac{R \cdot P}{J \cdot \omega} \qquad (7)$$

siendo P el peso del volante.

Así, Ω es inversamente proporcional a ω (rapidez angular de giro alrededor del eje). Un trompo o un volante que gira rápidamente tienen precesión lenta; si la fricción lo va frenando, aumenta Ω (la rapidez angular de precesión).

Giróscopo.

Se llama giróscopo a todo cuerpo rígido simétrico capaz de girar a gran velocidad alrededor de su eje de simetría.

Según esta definición, un trompo, una rueda de bicicleta o una peonza son giróscopos; sin embargo es común reservar el nombre de giróscopo para un dispositivo muy particular donde además de los requisitos indicados arriba, cumpla también con que su centro de masa permanezca fijo. El giróscopo consta de un disco rodeado por un sistema de suspensión, que se llama **suspensión cardánica**. Esta suspensión consiste en aros circulares (de masa despreciable frente a la del disco) que hacen que los tres ejes de una terna cartesiana se crucen justamente en el centro de masa del disco. Con esto se logra que si bien la envoltura cardánica del giróscopo puede girar con entera libertad en cualquier dirección del espacio, el centro de masa del disco permanecerá fijo. De este modo, la suspensión cardánica impide que se puedan transmitir momentos externos al disco. Por tal razón, como surge de la ecuación (1), siendo Γ = 0, será L = cte. Si el disco estaba inicialmente rotando, la dirección de su eje de rotación se conservará independientemente de lo que se haga desde el exterior.

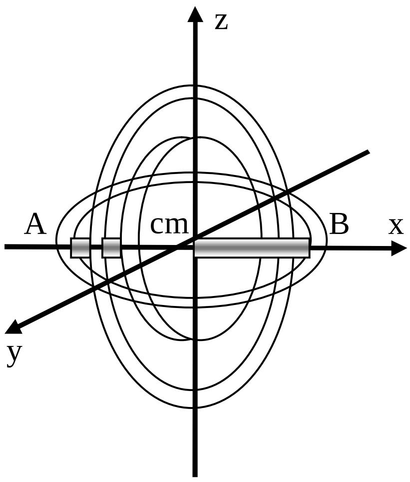

Figura 5

Aunque un giróscopo pueda ser divertido de ver, no es un juguete. No está diseñado para jugar; está diseñado para que no haya precesión. Si un giróscopo está equilibrado en su propio c.m. el peso no le hará tener precesión. Aún cuando su soporte gire en todas las direcciones, el eje permanece estable y mantiene al giróscopo apuntando en una misma dirección fija. Y la idea es proyectar un giróscopo que apenas tenga precesión.

En el mundo real, ayudado por giróscopos, cualquier desviación del rumbo predeterminado de un avión, submarino o torpedo puede ser automáticamente detectada y corregida. En el pasado, si un avión se aventuraba por una ruta polar, tenía pocas probabilidades de aterrizar ni siquiera en el continente aquel. Una aguja magnética, cerca del polo no sirve para nada. En la actualidad, dirigidas por giróscopos, las líneas aéreas vuelan sobre los polos en forma rutinaria; pero el valor del giróscopo no se limita a los polos. En el espacio exterior, donde el tiempo es precioso y el combustible del cohete debe ser sensatamente utilizado, los giróscopos son más que nunca elementos vitales para la navegación. Sea donde fuera, el valor de un giróscopo reside en su manera de girar en una determinada dirección sin tener precesión. Quienes diseñan giróscopos reducen la precesión eliminando las torcas y mejorando el diseño. Pero de todas maneras no son perfectos, porque cualquier instrumento fabricado por la mano del hombre está sujeto a pequeños desequilibrios y ligeras imperfecciones mecánicas y de otros tipos. Pero los mejores sistemas de orientación con giróscopos son casi perfectos: de hecho se fabrican giróscopos que se desvían 100 segundos de arco por día. Pero ni siquiera un giróscopo tan preciso como ese es el más preciso. ¿Cuál es el más preciso? Isaac Newton tuvo la respuesta. Fue el primero en descubrir que el mejor giróscopo sobre la Tierra es la Tierra misma. La Tierra gira sobre un eje inclinado 23°27’ respecto de la perpendicular al plano de la eclíptica, es decir al plano de la órbita de la Tierra girando alrededor del Sol.

El movimiento de precesión de la Tierra es debido a las torcas ejercidas sobre ella por el Sol, motivadas por la inclinación del eje de rotación de la Tierra. La Ω (rapidez angular de precesión) de la Tierra es muy pequeña; recordando la expresión (5)

$$\Omega = \frac{\Gamma}{L}$$

el L de la Tierra es muy grande y la Γ que recibe del Sol es muy pequeña. Así, el período de precesión de la Tierra es muy grande: dura 26.000 años. A este ciclo se lo denomina **año platónico**.

Movimiento de nutación.

Además del movimiento de precesión, los cuerpos en rotación (trompos, volantes, peonzas) presentan otro movimiento que se torna apreciable cuando la velocidad angular de rotación ω disminuye (y con ello la rapidez de precesión Ω aumenta): es el movimiento de **nutación**. Consiste en un cabeceo en el eje de rotación, de un bamboleo vertical que se superpone al movimiento de precesión. Figura 6.

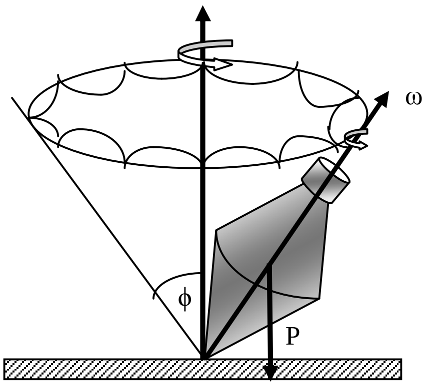

Figura 6

La nutación provoca una variación periódica del ángulo ϕ. El movimiento de nutación es amortiguado en buena parte por el rozamiento en el apoyo; por eso con frecuencia en la práctica, la nutación pasa desapercibida.

Para el caso de la Tierra, la nutación es la oscilación periódica del polo de la Tierra alrededor de su posición media en la esfera celeste, debido a las fuerzas externas de atracción gravitatoria entre la Luna y el Sol con la Tierra. El período de este movimiento es de 18 años y 8 meses aproximadamente. Este movimiento fue descubierto en 1728 por el astrónomo inglés James Bradley. En una vuelta completa de precesión, la Tierra realiza 1385 rulos de nutación.